

Приложение к журналу

КВАНТ

№4/96

ШКОЛА В «КВАНТЕ»

ФИЗИКА 9 — 11

Выпуск 3

Бюро



Квантум

ШКОЛА В «КВАНТЕ»

ФИЗИКА 9 — 11

Выпуск 3

*Под редакцией
А.А.Варламова, А.Л.Стасенко, А.И.Черноуцана*



Москва 1996
Бюро «Квантум»

ББК 22.3
Ш67
УДК 53(075.4)

Приложение
к журналу «Квант»
№ 4/96

Ш67 Школа в «Кванте»: Физика 9—11, Выпуск 3/Под ред. А. А. Варламова, А. Л. Стасенко и А. И. Черноуцана. — М.: Бюро Квантум, 1996. — 128 с. (Прил. к журналу «Квант» №4/96)
ISBN 5-85843-020-1

Книга представляет собой сборник статей по всем разделам школьной физики, опубликованных в журнале «Квант» в рубрике «Школа в «Кванте». Небольшой объем, незагруженность математическими выкладками и живость изложения — вот отличительные особенности статей этой рубрики.

Для учащихся и преподавателей средних школ, лицеев и гимназий, а также для всех тех, кто самостоятельно готовится к конкурсным экзаменам.

ББК 22.3

ISBN 5-85843-020-1

© Бюро Квантум
«Квант», 1996

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
«Закон нечетных чисел» для свободного падения тел. <i>А.Кикоин</i>	5
Формулы кинематики для вращательного движения. <i>А.Кикоин</i>	7
Кинематика плоскопараллельного движения. <i>М.Фистуль</i>	9
Сила и деформация. <i>А.Кикоин</i>	13
Закон всемирного тяготения. <i>Е.Городецкий</i>	17
Импульс и кинетическая энергия. <i>А.Кикоин</i>	20
Столкновения тел. <i>Л.Асламазов</i>	23
Закон сохранения импульса и маневры космического корабля. <i>М.Анфимов</i>	26
Закон Бернулли. <i>Л.Асламазов</i>	29
Сколько веревочке ни виться... <i>И.Гельфгат</i>	32
Что такое параметрический резонанс? <i>А.Варламов, А.Черноуцан</i>	35
О музыкальных звуках и их источниках. <i>А.Кикоин</i>	38
О явлениях переноса. <i>Е.Городецкий</i>	42
Идеальный газ — универсальная физическая модель. <i>Е.Городецкий</i>	45
Расширение газа в пустоту. <i>А.Стасенко</i>	50
Ах, уж эта влажность. <i>В.Соловьянюк</i>	52
Тепловой насос. <i>А.Буздин</i>	56
Обманчивая простота. <i>С.Филонович</i>	59
Энергия электрического поля. <i>Е.Городецкий</i>	61
Диэлектрики, полупроводники, полуметаллы, металлы. <i>А.Кикоин</i>	65
Как в металле протекает электрический ток. <i>А.Варламов</i>	71
О постоянной Фарадея и удельном заряде заряженной частицы. <i>А.Кикоин</i>	75
Почему висит кольцо. <i>Б.Рыбин</i>	77
Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. <i>Л.Асламазов</i>	80
Гармонические колебания и равновесие. <i>Е.Городецкий</i>	82
Как излучать радиоволны? <i>А.Зильберман</i>	86
Принцип Ферма. <i>А.Кикоин</i>	90
Номограммы в геометрической оптике. <i>А.Шапиро</i>	95
Как увидеть невидимое? <i>А.Варламов</i>	99
Откуда берется магнетизм? <i>А.Кикоин</i>	102
Рентгеновские лучи. <i>Л.Асламазов</i>	107
Несколько замечаний по поводу фотоэффекта. <i>А.Черноуцан</i>	109
О чем рассказал спектр атома водорода. <i>Б.Яворский</i>	112
За пределы таблицы. <i>А.Кикоин</i>	117
Капельная модель ядра. <i>А.Варламов</i>	123
Аннигиляция и рождение пар. <i>Л.Асламазов</i>	126

В эту книгу вошли избранные статьи из постоянной рубрики нашего журнала «Школа в «Кванте». Возникнув около пятнадцати лет назад, «Школа» сразу же завоевала популярность у читателей, и интерес к ней не ослабевает по сей день.

Материалы этой рубрики, как правило менее сложные и элитарные по сравнению с материалами ряда других рубрик, рассчитаны на самый широкий круг читателей. Можно сказать, что «Школа в «Кванте» — это занимательное чтение «вдоль» школьной программы. Темы статей обычно перекликаются с разделами программы, изучаемыми в школе в момент выхода журнала в свет. Небольшой объем, незагруженность математическими выкладками, живость и своеобразная эссеичность изложения не только делают статьи «Школы» доступными для самостоятельного изучения, но и позволяют использовать их для докладов и рефератов на школьных факультативах и конференциях или просто для «оживления» текущих занятий.

За прошедшие годы накопилось так много статей «Школы в «Кванте», что мы решили собрать их в несколько книг. Причем каждую книгу сделать «полноценной», независимой от других — в том смысле, что в нее войдут статьи по всем разделам физики, от кинематики до атомного ядра.

Перед вами — третий (последний) выпуск задуманной серии.

«ЗАКОН НЕЧЕТНЫХ ЧИСЕЛ» ДЛЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ

А.Кикоин

Движение свободно падающих на землю тел — это, как известно, движение с постоянным ускорением $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. В случае, если тело в начальный момент покоится относительно земли, закон свободного падения математически выражается уравнением

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad (1)$$

где h — перемещение тела (по вертикали), t — время, отсчитываемое от начала падения.

Оказывается, формула (1) приводит к одному любопытному следствию, о котором знал еще Г.Галилей, открывший закон свободного падения. Оно само по себе может считаться законом, и им можно пользоваться при решении конкретных задач.

О каком же следствии идет речь?

Формула (1), очевидно, позволяет вычислить перемещение тела за любое время, в том числе и за время $t = n\Delta t$ секунд (здесь $n = 1, 2, 3, \dots$, $\Delta t = 1 \text{ с}$). Мало того, с помощью той же формулы можно определить перемещение не только за все n секунд, но и за каждую из n секунд — за первую, вторую, третью и т.д. В самом деле, если за n секунд тело совершило перемещение h_n , а за $(n - 1)$ секунд — h_{n-1} , то за n -ю секунду (здесь n — «номер» секунды) перемещение $h(n)$, естественно, равно разности h_n и h_{n-1} (здесь n — число секунд):

$$\begin{aligned} h(n) = h_n - h_{n-1} &= \frac{g(n\Delta t)^2}{2} - \frac{g((n-1)\Delta t)^2}{2} = \\ &= \frac{g}{2} ((n\Delta t)^2 - ((n-1)\Delta t)^2) = \frac{g(\Delta t)^2}{2} (2n-1). \end{aligned} \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что перемещение h (1) за первую секунду ($n = 1$) равно

$$h(1) = \frac{g(Dt)^2}{2}.$$

Аналогично можно найти, что за последующие секунды тело совершает перемещения

$$h(2) = 3 \frac{g(\Delta t)^2}{2}, \quad h(3) = 5 \frac{g(\Delta t)^2}{2}, \quad h(4) = 7 \frac{g(\Delta t)^2}{2},$$

$$h(5) = 9 \frac{g(\Delta t)^2}{2} \quad \dots \quad h(n) = (2n - 1) \frac{g(\Delta t)^2}{2}.$$

Таким образом, перемещения за последовательные равные промежутки времени длительностью в 1 секунду относятся как $1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \dots (2n - 1)$, т. е. как ряд нечетных чисел.

Интересно, что Галилей сформулировал закон свободного падения тел именно в этой форме. Словами самого Галилея: «Пространства, проходимые падающим телом в одинаковые промежутки времени, относятся между собой как последовательные нечетные числа».

Не следует думать, что «закон нечетных чисел» относится исключительно к случаю свободного падения тел. Он, разумеется, справедлив для любого равноускоренного движения без начальной скорости. Ведь эта закономерность есть прямое следствие того, что перемещение тела при таком движении пропорционально квадрату времени. Не нужно также думать, что этот «закон» верен только тогда, когда промежутки времени, для которых вычисляются перемещения, равны одной секунде. Он, конечно, верен для любых равных промежутков времени, как это и отмечено Галилеем.

В заключение предлагаем читателям выяснить самостоятельно, как выглядит «закон нечетных чисел» в случае равнозамедленного движения.

ФОРМУЛЫ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

А. Кикоин

Для описания движения материальной точки (или поступательного движения твердого тела) пользуются следующими кинематическими величинами: перемещением s , скоростью v и ускорением a . Сами они и их проекции на оси координат связаны между собой кинематическими формулами. Например, для прямолинейного равномерного движения

$$\vec{s} = \vec{v}t, \text{ или } s_x = v_x t,$$

где t — время, отсчитываемое от некоторого начального момента. При прямолинейном равноускоренном движении с начальной скоростью v_0 формулы кинематики имеют вид

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \quad \vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

или

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x.$$

Но при описании вращательного движения тела величинами \vec{s} , \vec{v} и \vec{a} пользоваться неудобно, так как различные точки тела за один и тот же промежуток времени совершают разные перемещения и движутся с различными скоростями и ускорениями. Поэтому здесь вводятся специальные, так называемые угловые величины: угол поворота φ , угловая скорость ω и угловое ускорение $\alpha = (\omega - \omega_0)/\Delta t = \Delta\omega/\Delta t$. Для различных точек вращающегося тела они одинаковы.

Угловые величины связаны с величинами \vec{s} , \vec{v} и \vec{a} , которые в отличие от угловых называют линейными, простыми соотношениями:

$$s = r\varphi, \quad v = r\omega, \quad a = r\alpha,$$

где s — модуль перемещения данной точки тела (при малых перемещениях это длина дуги), r — радиус окружности, по которой она движется, v — модуль скорости точки, a — модуль

касательной проекции ускорения. (При движении точки по окружности вектор ускорения может иметь две проекции: на направление к центру окружности (центростремительное ускорение, которое характеризует быстроту изменения направления скорости) и на направление касательной к окружности (касательное, или тангенциальное ускорение, характеризующее быстроту изменения модуля скорости точки.)

Из-за такой простой связи угловых и линейных величин кинематические формулы для вращательного движения во всем подобны кинематическим формулам, приведенным выше. Так, при равномерном вращении тела (угловая скорость постоянна) зависимость угла поворота φ от времени имеет вид

$$\varphi = \omega t.$$

При равноускоренном вращении угловая скорость ω изменяется со временем по формуле

$$\omega = \omega_0 + \alpha t,$$

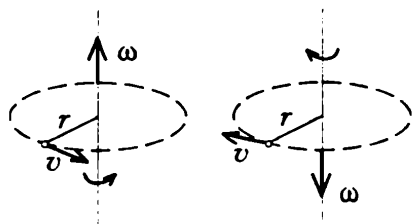
где ω_0 — начальная угловая скорость. Зависимость угла поворота от времени выражается формулой

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}.$$

Точно так же между углом поворота, угловой скоростью и угловым ускорением существует связь:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\varphi.$$

Вообще, любая формула кинематики вращательного движения тела получается из соответствующей формулы кинематики точки (или поступательного движения тела) простой заменой линейной величины соответствующей угловой.



В заключение отметим, что величины ω и α тоже считаются векторными. (Нужно же отличать повороты или вращения по часовой стрелке от поворотов

или вращений против часовой стрелки!) Принимается, что векторы угловых величин направлены вдоль оси вращения тела по правилу правого винта: если мысленно вращать правый винт так, как вращается тело, то направление поступательного движения винта укажет направление соответствующего вектора (см. рисунок).

Что общего между движением Земли вокруг своей оси, движением стрелок часов или колес автомобиля на прямолинейно участке пути? С точки зрения кинематики, все это примеры так называемого плоскопараллельного движения твердого тела, при котором все точки тела перемещаются в параллельных плоскостях.

Разумеется, в самом общем случае различные точки тела могут двигаться по-разному. Однако принято выделять два частных случая и говорить о двух простейших типах движения — о поступательном перемещении и о вращении вокруг неподвижной оси. В первом случае все точки тела движутся совершенно одинаково. Это движение самое простое, и здесь мы его обсуждать не будем. Во втором случае все точки описывают одинаковые траектории — окружности с центрами на оси вращения. Основной характеристикой такого движения является угловая скорость вращения ω .

Давайте вычислим, например, угловые скорости стрелок часов. Так как стрелки вращаются равномерно, то угол поворота со временем изменяется по закону $\varphi = \omega t$ (уравнение равномерного вращения). Секундная стрелка делает один оборот за 60 секунд, следовательно, ее угловая скорость равна $\omega_c = 2\pi/60 \text{ с} = 0,1047 \text{ с}^{-1}$. Аналогично, скорость часовой стрелки равна $\omega_{\text{ч}} = 2\pi/(12 \cdot 60 \cdot 60) \text{ с} = 0,0001455 \text{ с}^{-1}$. А как добиться того, чтобы секундная и часовая стрелки двигались с различными угловыми скоростями, но синхронно? Оказывается, для этого используется зубчатая передача: два зубчатых колеса могут вращаться вокруг разных осей, но при этом они входят в зацепление

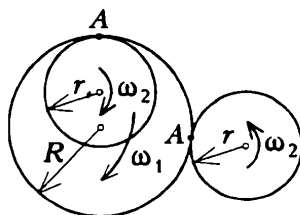


Рис. 1

друг с другом (рис.1). Поскольку линейные скорости точки A одинаковы —

$$v_A = \omega_1 R = \omega_2 r ,$$

получаем

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r}{R} = \frac{z_1}{z_2} ,$$

где z_1 и z_2 — числа зубцов шестеренок. Кроме того, можно заметить, что при внутреннем зацеплении вращение шестеренок происходит в одном направлении, а при внешнем — в противоположных направлениях. С помощью таких (и более сложных) зубчатых передач осуществляется соединение стрелок в часах, передача усилий в домкрате, изменение величины скорости и «задний ход» автомобиля.

Теперь рассмотрим более сложное плоскопараллельное движение твердого тела, когда тело вращается вокруг оси, а ось вращения поступательно перемещается в пространстве. Описать такое движение проще всего, используя понятие мгновенного центра вращения — так называют точку, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Скорости всех остальных точек тела при этом будут такими, как будто тело вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через мгновенный центр вращения.

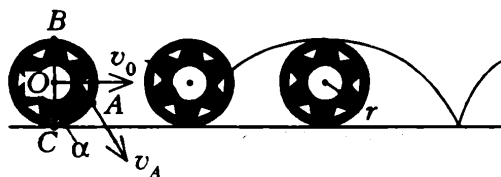


Рис.2

В качестве примера разберем движение колеса на прямолинейном участке пути без проскальзывания. Так как колесо не проскальзывает, точка C (рис.2), в которой колесо касается дороги, имеет скорость, равную нулю. Значит, точка C и есть мгновенный центр вращения. Найдем, какой будет угловая скорость вращения колеса, если скорость его центра O (скорость поступательного движения колеса) равна v_0 :

$$v_0 = \omega r , \text{ и } \omega = v_0 / r .$$

Легко находится и скорость произвольной точки A . Она направлена по линии AB и равна

$$v_A = \omega \cdot CA = 2\omega r \cos \alpha = 2v_0 \cos \alpha .$$

На рисунке 2 изображена также траектория, которую описывает каждая точка обода катящегося колеса. Эта удивительная кривая — циклоида — встречается во многих случаях: по такой траектории движутся заряженные частицы в «скрещенных» (взаимно перпендикулярных) электрическом и магнитном полях, по этой линии скатывается с соответствующей наклонной плоскости шарик за минимальное время и т.д.

Теперь легко ответить на вопрос, который обычно вызывает затруднения: почему, если смотреть на движущегося велосипедиста, верхние спицы колес сливаются в одно целое, а нижние видны раздельно. Очевидно, это связано с тем, что скорости нижней половины колеса меньше, чем верхней. (Подумайте, почему эффект пропадает, если смотреть на велосипедиста из окна движущегося в ту же сторону автобуса.)

А что если мы захотим определить скорость колес вагона движущегося поезда? Мы обнаружим, что на обода колеса имеются точки, которые движутся назад, в противоположную движению поезда сторону. Это — точки выступающей части колеса, например точка A на рисунке 3. Мгновенный центр

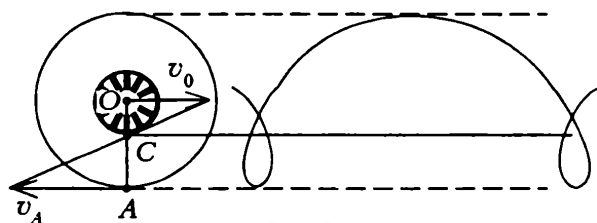


Рис.3

вращения (точка C) находится на неподвижном рельсе, по которому колесо катится без проскальзывания. Траектория точки обода колеса еще более любопытна, чем в предыдущем случае, — на ней имеются возвратные участки движения (петли). Интересно отметить, что аналогичные петлеобразные траектории описывают в своем движении планеты. Их наблюдали еще древнегреческие астрономы, однако объяснить увиденное они не смогли. Сейчас мы знаем, что эти траектории связаны с наложением двух вращений — Земли и наблюдаемой планеты вокруг Солнца.

Всегда ли при плоскопараллельном движении траектории оказываются такими сложными? Попробуйте определить, например, какую траекторию описывают точки обода колеса радиусом r , которое катится по внутренней поверхности неподвижного колеса радиусом $2r$.

В заключение мы хотим познакомить вас с простым по конструкции, но важным для практики прибором — линейкой-эллипсографом (рис.4), который служит для вычерчивания

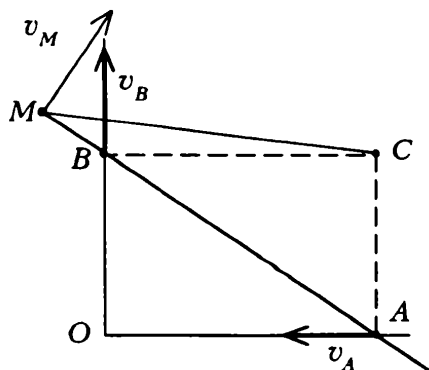


Рис.4

эллипсов. Точки A и B такого прибора движутся по взаимно перпендикулярным направляющим OA и OB , а точка M при этом описывает эллипс (подумайте, почему). Где находится мгновенный центр вращения в этом случае? Как найти скорость точки M , зная скорости точек A и B ?

Рассмотрим жесткий треугольник CBA (точка C лежит на пересечении перпендикуляров к направляющим). Проекции скоростей двух точек твердого тела на линию их соединения всегда равны. Для точек C , A и C , B это возможно, если $v_C = 0$, т.е. если точка C — мгновенный центр вращения. Скорость точки M можно определить, зная скорость точки A , так:

$$v_A = \omega \cdot CA, \text{ и } v_M = v_A \cdot CM/CA.$$

Аналогичным образом, используя понятие мгновенного центра вращения, можно легко находить скорости любых точек механизмов, совершающих плоскопараллельное движение.

Слово «сила» — одно из наиболее употребляемых слов. В обыденном языке оно может иметь самые разные значения. Но в механике смысл этого слова вполне однозначен. Все, что можно сказать о механической силе вообще, содержится в законах Ньютона.

В законе, числящемся под номером три, говорится, что сила, а точнее, силы возникают при взаимодействии тел. Из второго закона Ньютона следует, что сила — это причина ускорения тел, т.е. изменения их скорости. Наконец, первый закон Ньютона утверждает, что при отсутствии сил или при равенстве нулю геометрической суммы приложенных к телу сил оно, тело, движется без ускорения. Все три закона сформулированы для случая, когда движение рассматривается относительно инерциальной системы отсчета.

Казалось бы, роль силы в механике ясна: сила сообщает телу, к которому она приложена, ускорение. Согласно законам механики, это ее единственная «специальность».

Между тем иногда встречаются (даже в учебниках физики) утверждения о том, что сила не только сообщает телу ускорение, но и деформирует его. В первом случае говорят о динамическом, а во втором — о статическом проявлении силы. Так, в одном из учебных пособий, рекомендованных старшеклассникам, читаем: «Результатом взаимодействия тел является либо деформация (изменение размеров или формы тела), либо ускорение (изменение величины или направления скорости). Конечно, не исключено, что одновременно могут возникать и деформации, и ускорения». Еще пример. В учебнике для высшей школы, пользующемся всемирной известностью, сила определяется следующими словами: «Понятие «сила» происходит от нашего мускульного ощущения. Качественно сила определяется двумя признаками: она может деформировать непод-

вижное твердое тело и ускорять подвижное тело». В других книгах читаем: «Силой называется то, что вызывает или прекращает движение, изменяет направление движения или изменяет форму тела» или «Сила — векторная величина, характеризующая взаимодействие тел, в результате которого тела деформируются или приобретают ускорения... Статическое действие силы проявляется в наличии деформаций, динамическое — в наличии ускорений». Число таких примеров можно увеличить, хотя в большинстве современных книг по физике силу с деформацией непосредственно не связывают.

Как же, в самом деле, связаны между собой, ускорения и деформации?

Сила — причина ускорения. Повторим еще раз, что в трех законах Ньютона, с помощью которых может быть решена любая механическая задача, нет и намека на такое явление, как деформация тел. Да и не может быть, потому что законы Ньютона относятся к движению материальных точек. А точки, разумеется, деформироваться не могут! Уже отсюда следует, что силу, в соответствии с законами Ньютона, следует рассматривать как причину ускорения и только ускорения.

Однако связь между силой и деформацией действительно существует. Прежде всего она состоит в том, что одна из трех рассматриваемых в школьном учебнике механических сил — сила упругости — возникает именно при деформации тел. Но ведь это означает, что сила (по крайней мере сила упругости) есть следствие деформации. Как же тогда понимать приведенные выше утверждения о том, что сила — это причина деформации? Быть может, они просто не имеют смысла? Попробуем ответить на эти вопросы.

Как возникают деформации? Деформации — это изменения формы или размеров тела. Они невозможны без изменения взаимного расположения частиц тела. При деформации растяжения, например, расстояния между частицами тела увеличиваются, частицы удаляются друг от друга. При сжатии тела его частицы, наоборот, сближаются. Таким образом, непосредственная причина деформации — это движения одних частиц тела относительно других. Движения, а не силы!

Но и силы играют существенную роль, потому что именно от них зависят те движения, которые приводят к деформации тела. Однако роль сил не прямая, а косвенная. Сила непосредственно не вызывает деформации.

И деформация, и ускорение. Рассмотрим более подробно, каким образом сила, приложенная к телу, сообщает ему ускоре-

ние и какую роль при этом играет деформация.

Допустим, что к телу массой m , имеющему форму стержня, приложена постоянная

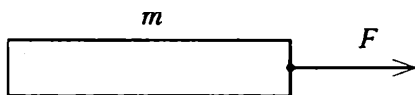


Рис. 1

сила \vec{F} так, как это показано на рисунке 1. Оговорим только, что \vec{F} — не сила всемирного тяготения. Поскольку сила приложена к правому торцу стержня, она непосредственно сообщит ускорение лишь точкам (частицам) на этом торце. Только эти точки и получают ускорение в начальный момент времени. Остальные точки стержня останутся в покое, так как к ним сила не приложена. Благодаря этому стержень деформируется, возникает сила упругости, и она (а не сила \vec{F} !) сообщает ускорение следующему слою точек и т.д. Постепенно, хотя и очень быстро (со скоростью звука), деформация распространится по всему стержню, в результате чего весь стержень станет двигаться с ускорением $\vec{a} = \vec{F}/m$.

Таким образом, в рассмотренном случае тело по действием приложенной к нему силы движется с ускорением и при этом оказывается деформированным. В том, что тело деформировано, «виновата», конечно, и сила \vec{F} , но ее роль не прямая. Тело оказалось деформированным, поскольку разные его точки двигались относительно друг друга. То, что роль силы при деформации лишь косвенная, видно уже из того, что величина и характер деформации не определяются однозначно приложенной силой, а зависят и от материала стержня, и от однородности его по сечению и составу. Ускорение же стержня однозначно определяется действующей на него силой.

Ускорение без деформации. Важно отметить также, что сила, приложенная к телу, может и не вызывать деформацию. Если эта сила — сила тяжести (вообще — сила всемирного тяготения), то картина движения будет совсем иной. Силы тяжести, как известно, действуют сразу на все точки тела и сообщают им одно и то же ускорение g . Поэтому все точки будут двигаться одинаково, так что движения одних точек относительно других не будет. Не будет, следовательно, и деформации.

Деформация без ускорения. Рассмотрим теперь такой случай. К невесомой пружине, верхний конец которой прикреплен к неподвижной подставке, подвешивается тело массой m (рис.2). Под

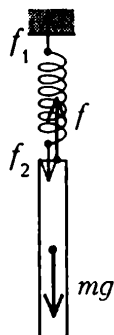


Рис.2

действием силы тяжести тело, конечно, начинает падать. Вместе с ним приходит в движение и нижний конец пружины. Поэтому пружина деформируется, и возникает сила упругости, действующая на верхний конец тела. Так как сила тяжести действует на все части тела, а сила упругости только на его верхний конец, различные части тела будут двигаться по-разному, и тело окажется деформированным. Сила упругости, возникающая вследствие этого, будет действовать на нижний конец пружины и т.д.

Легко понять, что в конце концов и пружина, и тело остановятся. Это значит, что сумма сил, действующих и на пружину, и на тело, будет равна нулю. На пружину действуют сила упругости со стороны деформированной подставки и сила упругости деформированного тела (сила \vec{f}_1 и \vec{f}_2 на рисунке 2). На тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости деформированной пружины \vec{f} . Все тела нашей системы деформированы, но ни одно из них не обладает ускорением.

Очевидно, именно эту ситуацию имеют в виду, когда говорят о статическом действии силы, т.е. о действии силы, приводящем к деформации, но не ускорению (действительно, в нашем примере речь может идти об этом). Однако надо понимать, что в случаях, подобных рассмотренному, ускорения нет потому, что и на тело, и на пружину действуют две силы и их сумма равна нулю. Разумеется, ни при каких условиях одна сила (или несколько сил, если их сумма не равна нулю) не может деформировать тело, не сообщив ему и ускорения тоже. У силы (одной!) не может быть статического действия. Сила — величина динамическая.

Есть люди, чья жизнь и деятельность служат настоящим водоразделом в истории человечества. Именно таким человеком был великий английский мыслитель И.Ньютон, открывший в 1667 году закон всемирного тяготения. Попробуем воспроизвести соответствующие рассуждения Ньютона. Но сначала несколько слов о том, что предшествовало открытию.

И.Кеплер, изучая на протяжении ряда лет таблицы движения планет, завещанные ему его учителем Тихо Браге, в начале XVII века формулирует три необыкновенно компактных и изящных закона (которые теперь называют законами Кеплера):

1. Каждая планета движется вокруг Солнца по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

2. Радиус, проведенный от Солнца до планеты, «заметает» равные площади в равные промежутки времени.

3. Квадраты периодов двух планет (T_1 и T_2) относятся как кубы больших полуосей (R_1 и R_2) их орбит: $T_1^2/T_2^2 = R_1^3/R_2^3$ (или, иначе, $T^2/R^3 = \text{const}$ для всех планет).

Уже из этих законов чувствуется, что Солнце играет какую-то особую роль в «планетной жизни». Однако сам Кеплер, несмотря на мучительные попытки, не смог до конца понять эту роль.

Приблизительно в то же время, когда Кеплер открывает законы движения планет, Г.Галилей формулирует закон инерции, утверждающий, что если на тело ничего не действует, оно будет двигаться с постоянной скоростью и по прямой.

Вот с этого уровня и стартовал Ньютон. Прежде всего, развивая идеи Галилея, он задается вопросом: если телам внутренне присуще свойство сохранять свою скорость, то за счет чего же все-таки она может меняться? Отвечая на этот вопрос, он формулирует закон, известный сегодня любому школьнику (второй закон Ньютона): для того чтобы изменить скорость тела, надо подействовать на него силой. При этом изменение скорости

за единицу времени (т.е. ускорение a) прямо пропорционально силе (F) и обратно пропорционально массе (m) тела: $a = F/m$. Из закона, открытого Ньютоном, видно, что чем больше масса тела, тем неохотнее оно меняет свою скорость. В этом смысле говорят, что масса тела — это мера его инертности.

Гениальность Ньютона состояла, в частности, в том, что, рассматривая какое-то конкретное физическое явление (например, движение тела под действием силы), он всегда имел в виду весь мир в целом. Естественно поэтому, что Ньютон пытается применить сформулированные им законы динамики к описанию движения планет. Вывод напрашивается сам собой: никакой силы, подгоняющей планеты в их движении по орбите, не нужно. Наоборот, нужна сила, не позволяющая планетам улететь по прямой линии (в соответствии с законом инерции) и заворачивающая их каждый раз на круговые или близкие к круговым орбиты. Другими словами, на планеты должна действовать сила, направленная не вдоль, а поперек движения. А раз так, то не остается ничего другого, как предположить, что источником этой силы является Солнце.

Дальше все было просто. Ускорение планеты при ее движении по круговой орбите равно $a = \omega^2 R = 4\pi^2 R/T^2$ (обычное центростремительное ускорение). Подставляя это выражение в свой собственный закон ($a = F/m$), Ньютон получает

$$\frac{4\pi^2}{T^2} R = \frac{F}{m}.$$

Здесь F — та самая сила, которая действует на планету со стороны Солнца, а m — масса планеты. Используя третий закон Кеплера, Ньютон приходит к выводу, что величина F/m пропорциональна $1/R^2$ и не зависит от характеристик планеты, т.е. сила, действующая на планету со стороны Солнца, равна

$$F = \text{const} \cdot \frac{m}{R^2}.$$

Размышляя о том, от чего бы могла зависеть величина входящей в это выражение константы, Ньютон постулирует, что она определяется только массой Солнца (M). (Почему? Да просто так ему казалось естественным.) Вот так и возникло знаменитое и одновременно столь привычное сегодня выражение

$$F = G \frac{Mm}{R^2}.$$

Величина коэффициента G ни от чего не зависит и является мировой константой (она получила название гравитационной постоянной).

Дальнейший анализ движения планет показал, что при такой силе автоматически выполняются и первые два закона Кеплера.

И тут Ньютон решается на потрясающее по своей силе обобщение. Он утверждает, что открытая им сила никоим образом не связана со спецификой небесных тел, а является универсальным свойством любых объектов природы. Так был сформулирован закон *всемирного тяготения*: сила, действующая между двумя любыми телами с массами m_1 и m_2 , равна

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}.$$

Вопрос о том, почему те самые массы, которые характеризуют стремление тел сохранять свое движение (т.е. являются мерой их инертности), одновременно определяют и взаимное притяжение тел друг к другу, волновал много поколений ученых и явился впоследствии отправной точкой для построения А.Эйнштейном общей теории относительности.

Коль скоро закон всемирного тяготения применим к любым телам, появилась возможность экспериментально измерить величину постоянной G . Она оказалась невероятно малой:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Это означает, что гравитационные силы очень слабые. Именно поэтому мы совершенно не замечаем гравитационного притяжения между окружающими нас телами. Эта сила становится заметной только тогда, когда хотя бы одно из тел очень большое (такое, как Земля, Солнце и т.п.).

Дальнейшие 150 лет были годами настоящего триумфа ньютоновской картины мира. Стали понятны причины океанских приливов и связь ускорения свободного падения с плотностью залегающих в данном месте пород. Были объяснены тончайшие детали в движении планет, их спутников, да и любых других небесных тел. На настоящее чудо было похоже чисто теоретическое предсказание существования восьмой планеты Солнечной системы — Нептуна и девятой планеты — Плутона. Движение двойных звезд и форма звездных скоплений, структура галактик и их взаимодействие друг с другом — все подчиняется открытому Ньютоном закону всемирного тяготения.

Успехи были столь велики, что возникла иллюзия, будто все в мире описывается с помощью законов Ньютона. К сожалению (а может, наоборот, к счастью), действительность оказалась гораздо богаче. Научная революция XX века привела к созданию новой картины мира, в которой законы Ньютона нашли свое точное место среди других фундаментальных законов природы.

А.Кикоин

Одна из основных идей механики состоит в том, что сила, приложенная к телу, есть причина изменения его скорости. Второй закон Ньютона и выражает эту идею:

$$m \vec{a} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t} = \vec{F}.$$

В механике используются еще две величины, связанные со скоростью. Это — импульс тела (другое, сейчас почти вышедшее из употребления, название этой величины — количество движения) и кинетическая энергия тела. Импульс тела \vec{p} — векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость:

$$\vec{p} = m \vec{v}.$$

Кинетическая энергия E_k тела — скалярная величина, равная половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Поскольку и импульс, и кинетическая энергия непосредственно выражаются через скорость тела, а изменение скорости вызывается действующей на тело силой, очевидно, что изменения импульса и кинетической энергии тоже связаны с силой. Для импульса тела эта связь следует непосредственно из второго закона Ньютона, записанного в виде

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F} t \quad (1)$$

— изменение импульса тела равно произведению силы на время ее действия, т.е. импульсу силы. Связь кинетической энергии тела с силой выглядит так:

$$E_{k2} - E_{k1} = F s \cos \alpha = A, \quad (2)$$

где s — модуль вектора перемещения тела, α — угол между векторами \vec{F} и \vec{s} , а произведение $F s \cos \alpha = A$ — работа действующей на тело силы. Таким образом, эта запись означает,

что изменение кинетической энергии тела равно работе приложенной к телу силы.

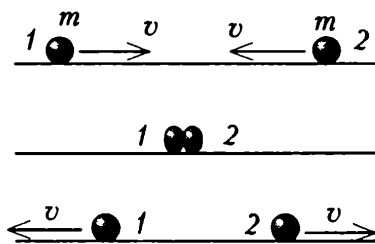
Роль импульса и кинетической энергии в описании движения. Различие между величинами \vec{p} и E_k не ограничивается тем, что одна из них векторная, а другая скалярная. Из равенства (1) видно, что если сила \vec{F} задана, изменение импульса определяется только временем действия силы и не зависит от того, к какому телу она приложена. Любое тело (тело любой массы) под действием данной силы за данное время изменит свой импульс на одну и ту же величину. Равенство (2) говорит о том, что при заданной силе изменение кинетической энергии тела определяется только расстоянием, пройденным телом в направлении действия силы (произведение $s \cos \alpha$ — это проекция перемещения на направление силы). Любое тело под действием данной силы на данном расстоянии изменит свою кинетическую энергию на одну и ту же величину.

Таким образом, изменение импульса — эта характеристика действия силы во времени, а изменение кинетической энергии — характеристика действия силы в пространстве.

Еще одно различие между импульсом и кинетической энергией. Пожалуй, самое замечательное свойство импульса тела состоит в том, что общий импульс замкнутой системы тел (т.е. векторная сумма импульсов всех тел системы) остается неизменным при любых взаимодействиях и любых движениях тел этой системы. Это — закон сохранения импульса.

Обладает ли кинетическая энергия свойством «сохраняться»? Рассмотрим простой пример, из которого сразу станет видно, что в этом импульс и кинетическая энергия отличаются друг от друга. Пусть по гладкой (без трения) горизонтальной поверхности движутся навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями два одинаковых, например стальных, шарика массой m каждый (см. рисунок). В какой-то момент шарики соприкоснутся, затем какое-то время будут продолжать приближаться друг к другу, потом на мгновение остановятся и после этого начнут расходиться, пока не станут двигаться в противоположные стороны с прежними по модулю скоростями.

Посмотрим, чему равны суммарные импульсы и кинетические энергии обоих шариков до, во вре-



мя и после столкновения. До столкновения импульсы шариков равны по модулю и противоположны по направлению, поэтому

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \left(m \vec{v} \right) + \left(-m \vec{v} \right) = 0,$$

а кинетические энергии шариков одинаковы, так что

$$E_{k1} + E_{k2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2.$$

Во время столкновения в тот момент времени, когда оба шарика покоятся, их скорости равны нулю, следовательно,

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0, \quad E_{k1} + E_{k2} = 0.$$

После столкновения шарики, как и до столкновения, движутся с одинаковыми по модулю скоростями, но в противоположные стороны, поэтому

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = -m \vec{v} + m \vec{v} = 0, \quad E_{k1} + E_{k2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2.$$

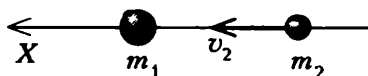
Таким образом, суммарный импульс системы двух шариков все время оставался одним и тем же. Кинетическая же энергия до и после столкновения одна и та же (именно такое столкновение и называют упругим), а во время столкновения она изменялась, так что в какой-то момент даже временно исчезла совсем. Значит, существует закон сохранения импульса, но нет закона сохранения кинетической энергии.

Заметим, что если бы шарики были не из стали, а из мягкой глины или пластилина, то при столкновении они бы слиплись, остановились и больше бы не двигались (такое столкновение называют абсолютно неупругим). Их общий импульс был бы по-прежнему равен нулю, а кинетическая энергия во время столкновения исчезла бы не временно, а навсегда.

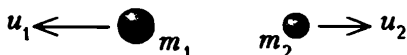
Как известно, закон сохранения существует и для энергии, но не для кинетической, а для полной, включающей в себя и другие формы энергии. Так, в нашем примере временная пропажа кинетической энергии при упругом столкновении шариков означает лишь тот факт, что в этот момент она полностью превратилась в потенциальную энергию упругой деформации шариков. В конце столкновения потенциальная энергия вновь целиком превратилась в кинетическую. При неупругом же ударе кинетическая энергия шариков переходит во внутреннюю энергию (шарики нагреваются), которая обратно в кинетическую энергию уже не превращается.

Известно, что законы сохранения позволяют решать некоторые задачи механики даже тогда, когда не известны действующие на тела силы. К такому случаю относятся, например, задача об упругом столкновении шаров.

Для простоты мы рассмотрим удар двух шаров с массами m_1 и m_2 , из которых первоначально один покоится ($v_1 = 0$), а второй движется по направлению к первому со скоростью v_2 (см. рисунок). При столкновении происходит так называемый центральный (или лобовой) упругий удар. Каковы скорости обоих шаров после столкновения?



Чтобы ответить на этот вопрос, воспользуемся законами сохранения энергии и импульса. Начнем с импульса.



До столкновения импульс первого шара ноль, а второго $m_2 \vec{v}_2$. Следовательно, общий импульс двух шаров равен $m_2 \vec{v}_2$. После столкновения импульсы обоих шаров изменились и стали равными $m_1 \vec{u}_1$ и $m_2 \vec{u}_2$ соответственно. Общий импульс теперь $m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$. По закону сохранения импульса общий импульс шаров (они образуют замкнутую систему тел) измениться не должен. Поэтому мы можем записать равенство

$$m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2.$$

Геометрическое сложение импульсов заменим алгебраическим сложением их проекций. Направим координатную ось вдоль линии, соединяющей центры шаров, в направлении скорости v_2 . Тогда для проекций импульсов на эту ось имеем

$$m_2 v_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x},$$

причем $v_{2x} = v_2$, $|u_{1x}| = u_1$, $|u_{2x}| = u_2$, но знаки проекций u_{1x} и u_{2x} могут быть как положительными, так и отрицательными.

Из одного этого равенства мы, конечно, не можем найти две неизвестные величины u_{1x} и u_{2x} . Необходимо еще одно уравнение. Обратимся к энергии.

Будем считать, что силы взаимодействия шаров при столкновении — это силы упругости (именно в таком случае удар называют упругим). Тогда справедлив закон сохранения механической энергии

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \text{ или } m_2 v_2^2 = m_1 u_{1x}^2 + m_2 u_{2x}^2.$$

Теперь мы имеем систему двух уравнений

$$\begin{cases} m_2 v_2 = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}, \\ m_2 v_2^2 = m_1 u_{1x}^2 + m_2 u_{2x}^2 \end{cases}$$

из которой можно найти проекции скоростей шаров после столкновения:

$$u_{1x} = \frac{2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad u_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}.$$

Легко видеть, что проекция скорости первого шара всегда положительна, а проекция второго может быть и положительной, и отрицательной. Если масса налетающего шара меньше массы покоящегося ($m_2 < m_1$), то u_{2x} отрицательна. Это означает, что шар после столкновения изменяет направление своей скорости (отскакивает от покоившегося шара, как показано на рисунке). При обратном соотношении масс ($m_2 > m_1$) проекция $u_{2x} > 0$ и направление движения налетающего шара после столкновения не меняется (отскакивает покоившийся шар). Если же массы обоих шаров равны ($m_1 = m_2$), то $u_{1x} = v_2$, а $u_{2x} = 0$. Это значит, что второй шар, столкнувшись с первым, передал ему свой импульс, а сам остановился.

Таким образом, пользуясь законами сохранения энергии и импульса, можно, зная скорости тел до столкновения, определить их скорости после столкновения. А как обстояло дело *во время* столкновения, когда шары уже соприкоснулись друг с другом, но еще не разошлись?

При столкновении шары деформируются. Сначала их деформация растет, затем уменьшается. В момент наибольшей деформации шары движутся вместе с одной и той же скоростью. Рассмотрим этот момент подробнее. Обозначим скорость сов-

местного движения шаров через \vec{u} и будем считать, для простоты, массы шаров одинаковыми ($m_1 = m_2 = m$). По закону сохранения импульса получаем

$$mv_2 = 2mu_x.$$

Отсюда следует, что $u_x = u = v_2/2$. Таким образом, скорость одинаковых шаров при их совместном движении равна половине скорости одного из них до столкновения.

Что касается кинетической энергии шаров, то в момент их движения с одной и той же скоростью она равна $2mu^2/2 = mu^2 = mv_2^2/4$. А до столкновения общая энергия шаров была $mv_2^2/2$. Следовательно, кинетическая энергия уменьшилась вдвое. Куда же она исчезла? Не происходит ли здесь нарушения закона сохранения энергии, как это может показаться на первый взгляд?

Энергия, конечно же, осталась прежней. Все дело в том, что во время столкновения оба шара были деформированы, и поэтому они обладали потенциальной энергией упругой деформации. Именно на величину этой потенциальной энергии и уменьшилась кинетическая энергия шаров. Вначале, когда деформация росла, потенциальная энергия увеличивалась. В момент совместного движения шаров она достигла своего максимального значения (в нашем случае равного половине общего запаса энергии). Затем деформация уменьшалась, в конце столкновения она стала равной нулю, а запасенная потенциальная энергия перешла обратно в кинетическую.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И МАНЕВРЫ КОСМИЧЕСКОГО КОРАБЛЯ

М.Анфимов

Космический корабль приближается к планете, и его необходимо перевести на околопланетную орбиту. Топлива у космонавтов осталось немного, и использовать его следует наиболее эффективно. Корабль снабжен тремя одинаковыми двигателями. Можно включить все три двигателя одновременно (чтобы каждый из них израсходовал одну треть массы топлива), а можно вводить двигатели в работу последовательно — один за другим. Как же поступить?

Пока остается немного времени до включения системы торможения, порассуждаем и мы вместе с командиром корабля и постараемся найти оптимальный способ торможения. Воспользуемся для этого одним из фундаментальных законов механики — законом сохранения импульса.

Согласно определению, импульс \vec{p} частицы массой m , движущейся со скоростью \vec{v} , равен $\vec{p} = m\vec{v}$. Если мы имеем дело с системой частиц, то импульс системы есть сумма импульсов отдельных частиц:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i.$$

Рассмотрим систему двух взаимодействующих частиц (их массы m_1 и m_2 , скорости \vec{v}_1 и \vec{v}_2), в которой внешние силы отсутствуют. Такая система называется замкнутой. Обозначим через \vec{F}_{12} силу, с которой частица 1 действует на частицу 2, а через \vec{F}_{21} — силу, с которой частица 2 действует на частицу 1. Тогда, в силу третьего закона Ньютона,

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0.$$

Запишем теперь второй закон Ньютона для каждой из взаимо-

действующих частиц:

$$m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = \vec{F}_{21}, \quad m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} = \vec{F}_{12}.$$

Умножим оба уравнения на Δt и сложим почленно. Получаем

$$m_1 \Delta \vec{v}_1 + m_2 \Delta \vec{v}_2 = 0, \text{ или } \Delta(m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2) = 0,$$

т.е. изменение импульса системы взаимодействующих частиц равно нулю. Следовательно, для замкнутой системы частиц полный импульс сохраняется:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{p} = \text{const}.$$

Заметим, что если бы частицы находились в каком-либо внешнем поле, то силы, действующие на частицы, не были бы скомпенсированы и импульс перестал бы быть сохраняющейся величиной.

Вернемся теперь к нашей ракете. Пусть масса топлива, которое космонавты могут потратить на торможение, равна m , а скорость истечения газов из сопел двигателей равна v .

Рассмотрим первый вариант торможения, когда двигатели включаются одновременно. Чтобы проще было наблюдать за событиями, присоединимся к космонавтам, т.е. перейдем в систему отсчета, связанную с ракетой. В этой системе собственная начальная скорость ракеты вместе топливом равна нулю. Обозначим скорость, которую приобретет корабль после сжигания всего топлива, через \vec{v}_1 , а массу корабля — через M . Из закона сохранения импульса имеем

$$M \vec{v}_1 + m \vec{v} = 0.$$

Предположим, что корабль движется вдоль оси X декартовой системы координат. Спроектировав все векторы на эту ось, получаем

$$Mv_1 - mv = 0.$$

Отсюда находим скорость, которую приобретет корабль после того, как двигатели отработали все топливо:

$$v_1 = \frac{m}{M} v.$$

Во втором варианте торможения необходимо рассмотреть три последовательных процесса, в каждом из которых расходу-

ется масса топлива, равная $m/3$. Когда сгорит первая треть топлива, корабль приобретет скорость

$$v'_2 = \frac{m}{3(M + 2m/3)} v = \frac{m}{3M + 2m} v$$

и импульс корабля станет равным $(M + 2m/3)v'_2$. Запишем теперь закон сохранения импульса для этого момента и для момента, когда будет израсходована вторая треть топлива:

$$\left(M + \frac{2}{3}m\right)v'_2 = \left(M + \frac{1}{3}m\right)v''_2 - \frac{m}{3}(v - v'_2).$$

Поясним это равенство. Мы задали скорость истечения газов v относительно неподвижной ракеты. После первого этапа торможения ракета приобрела скорость v'_2 , и, следовательно, скорость истечения газов относительно выбранной системы отсчета будет не v , а $v - v'_2$, что и отражено в последнем члене нашего уравнения. После прохождения второго участка торможения скорость корабля будет равна

$$v''_2 = v'_2 + \frac{m}{3M + m} v.$$

Запишем закон сохранения импульса в третий раз:

$$\left(M + \frac{m}{3}\right)v''_2 = Mv_2 - \frac{m}{3}(v - v''_2).$$

Для окончательной скорости корабля в результате трех последовательных этапов торможения получаем

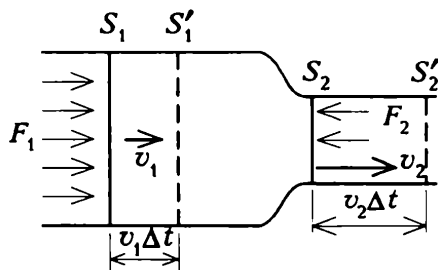
$$v_2 = \frac{m}{3M + 2m} v + \frac{m}{3M + m} v + \frac{m}{3M} v.$$

Взглянув на результат, т.е. на выражения для скоростей v_1 и v_2 , мы видим, что при последовательном включении двигателей дополнительная скорость, приобретаемая ракетой, меньше, чем при одновременном. Дело в том, что при последовательном включении часть топлива расходуется на сообщение скорости (v'_1 , v''_2) оставшемуся топливу.

Теперь нетрудно понять, какое решение должен принять командир космического корабля.

В школьном курсе физики говорится о зависимости давления p жидкости от скорости v ее движения. Выведем формулу, связывающую эти величины количественно.

Будем считать, что труба, по которой течет жидкость, имеет широкий и узкий участки (см. рисунок). Труба расположена горизонтально, так что потенциальная энергия жидкости в поле тяжести при течении не меняется. Выделим объем жидкости, ограниченный сечениями S_1 и S_2 , где скорость жидкости равна v_1 и v_2 соответственно. Этот объем при течении жидкости перемещается вправо. Через



промежуток времени Δt он займет положение между сечениями S_1' и S_2' , показанными на рисунке штриховыми линиями. Так как жидкость несжимаема, уменьшение объема жидкости в широком участке трубы равно его приращению в узком участке:

$$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t, \text{ или } S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Но что значит — жидкость несжимаема? Когда так говорят, имеют в виду только то обстоятельство, что изменения объема жидкости относительно малы. Небольшие деформации жидкости имеются всегда, и именно они приводят к возникновению сил давления — упругих сил сжатия жидкости.

На выделенный объем жидкости действуют силы давления с двух сторон — со стороны жидкости, следующей за ним, и со стороны жидкости, находящейся впереди. При перемещении этого объема силы давления совершают работу. Согласно теоре-

ме о кинетической энергии, полная работа сил давления равна изменению кинетической энергии жидкости:

$$A = \Delta E_k.$$

Подсчитаем работу A сил давления. В сечении S_1 давление жидкости равно p_1 и сила давления $F_1 = p_1 S_1$. За время Δt это сечение перемещается вправо на расстояние $v_1 \Delta t$, и, следовательно, сила \vec{F}_1 , направленная вдоль перемещения, совершает работу

$$A_1 = F_1 v_1 \Delta t = p_1 S_1 v_1 \Delta t.$$

В сечении S_2 действует сила давления \vec{F}_2 ($F_2 = p_2 S_2$), направленная противоположно перемещению. Работа этой силы отрицательна:

$$A_2 = -F_2 v_2 \Delta t = -p_2 S_2 v_2 \Delta t.$$

Полная работа сил давления равна

$$A = A_1 + A_2 = (p_1 v_1 S_1 - p_2 v_2 S_2) \Delta t.$$

Теперь найдем разность кинетических энергий выделенного объема жидкости до и после перемещения. Очевидно, что энергия жидкости между сечениями S'_1 и S_2 не изменяется. Поэтому общее изменение энергии будет таким, как если бы часть жидкости, заключенная между сечениями S_1 и S'_1 , заняла место жидкости, заключенной между сечениями S_2 и S'_2 . Кинетическая энергия массы жидкости m_1 , протекающей за время Δt через сечение S_1 (т.е. жидкости в объеме между сечениями S_1 и S'_1), равна

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \rho v_1 \Delta t S_1 \frac{v_1^2}{2},$$

где ρ — плотность жидкости. Для сечения S_2 кинетическая энергия равна соответственно

$$E_{k2} = \rho v_2 \Delta t S_2 \frac{v_2^2}{2}.$$

Следовательно, за время Δt кинетическая энергия выделенного объема жидкости изменилась на величину

$$E_{k2} - E_{k1} = \left(\rho v_2 S_2 \frac{v_2^2}{2} - \rho v_1 S_1 \frac{v_1^2}{2} \right) \Delta t.$$

Приравняем эту разность работе:

$$\rho v_2 S_2 \frac{v_2^2}{2} - \rho v_1 S_1 \frac{v_1^2}{2} = p_1 v_1 S_1 - p_2 v_2 S_2.$$

Так как произведение площади сечения на скорость в любом сечении трубы одно и то же, написанное равенство можно сократить на величину $S_1 v_1 = S_2 v_2$. В результате получаем

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}.$$

Перенесем члены, относящиеся к сечению S_1 , в одну сторону, а к сечению S_2 — в другую:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Это равенство и выражает связь между давлением и скоростью жидкости. Оно называется законом или уравнением Бернулли (выведено в 1738 году швейцарским ученым Д.Бернулли). Согласно этому уравнению, там, где скорость течения жидкости больше, давление меньше, и наоборот. Заметим, что величина $\rho v^2/2$ — это кинетическая энергия единицы объема жидкости. Таким образом, в любом месте трубы сумма давления и кинетической энергии единицы объема жидкости одна и та же.

СКОЛЬКО ВЕРЕВОЧКЕ НИ ВИТЬСЯ...

И.Гельфгат

Рассмотрим обычную, на первый взгляд, задачу. С небольшими вариациями она не раз предлагалась на экзаменах и физических олимпиадах. Вот ее условие:

Шнур длиной L лежит на гладком горизонтальном столе, причем его небольшая часть свешивается с края стола. Лежащий на столе конец шнура сначала удерживают, а затем отпускают. Определите скорость шнура v и его ускорение a к тому моменту, когда длина свешивающейся части будет равна x .

Приведем обычно встречающееся решение этой задачи. Если масса шнура m , то масса его свешивающейся части равна mx/L . Центр тяжести этой части шнура находится на $x/2$ ниже поверхности стола, значит, при соскальзывании потенциальная энергия шнура уменьшилась на $(mx/L)gx/2$. Согласно закону сохранения энергии, эту величину можно приравнять к кинетической энергии шнура $mv^2/2$. Тогда для скорости шнура получаем

$$v = x\sqrt{\frac{g}{L}}.$$

Ускорение всему шнуру придает сила тяжести его свешивающейся части, поэтому из второго закона Ньютона $ma = mgx/L$ следует

$$a = g\frac{x}{L}.$$

Итак, задача решена? Полученные выражения имеют правильную размерность и приводят к вполне разумным результатам в предельных случаях $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow L$. Значит, говорить больше не о чем?

Не судите опрометчиво. Попробуем ответить на один провокационный вопрос: как меняется при движении шнура горизон-

тальная проекция p_x его импульса? Поскольку горизонтальную скорость имеет только находящаяся на столе часть шнура массой $m(L - x)/L$, находим

$$p_x = \frac{m}{L} \sqrt{\frac{g}{L}} x(L - x).$$

Значит, при увеличении x импульс p_x растет только пока $x < L/2$. Дальше импульс убывает и при $x = L$ обращается в ноль (шнур падает теперь вертикально).

Но ведь для уменьшения импульса необходима внешняя сила, тормозящая соскальзывание. Где же она? Не ищите — в отсутствие трения такой силы не найти. И потому не ясно, за счет чего гасится горизонтальная проекция скорости шнура.

Правильный ответ такой: никакого уменьшения импульса не происходит. Мы предполагали, что каждый элемент шнура, проходя край стола, резко меняет горизонтальное движение на вертикальное, именно при этом и теряется горизонтальный импульс. Но может быть, реальное движение сложнее? Возможно, набрав достаточно большую скорость, элементы шнура сохраняют ее (по крайней мере, частично) и после соскальзывания со стола и тогда никакого противоречия не возникает?

Простой опыт подтверждает справедливость нашего предположения. Мы сделали его с металлической цепочкой, которая соскальзывала с лежащего на столе листа стекла (трение в этом случае достаточно мало). Следить за падением цепочки трудно, да в этом и нет необходимости. Достаточно присмотреться к упавшей цепочке (рис.1). Она образует на полу довольно плотный «комоч» под краем стола, но от комка отходит длинный и почти прямой «хвост» перпендикулярно краю стола. Этот хвост — звенья цепочки, упавшие последними. Значит, они действительно падали не вертикально.

Какие же элементы шнура (или цепочки), покинув край стола, движутся все же вертикально? Рассмотрим малый участок шнура длиной Δl и массой $\Delta m = m\Delta l/L$, огибающий в данный момент край стола (рис.2). Край стола будем считать цилиндри-

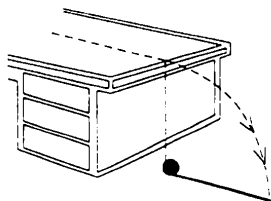


Рис. 1

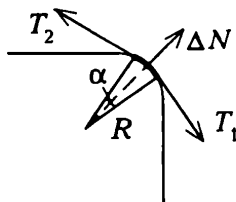


Рис. 2

ческой поверхностью радиусом $R \ll L$. На выделенный участок действуют силы упругости \vec{T}_1 и \vec{T}_2 и реакция опоры края стола $\Delta\vec{N}$ (силой тяжести выбранного элемента мы пренебрегаем). Полагая $T_1 = T_2 = T$, запишем уравнение второго закона Ньютона в проекциях на радиальное направление:

$$\Delta m a_p = 2T \sin \frac{\alpha}{2} - \Delta N.$$

Учитывая, что $a_p = v^2/R$, $\sin(\alpha/2) = \alpha/2 = \Delta l/(2R)$, $T = m(L-x)a/L$, получим

$$\Delta N = \frac{mgx\Delta l}{RL^2}(L-2x).$$

Отсюда следует, что ΔN обращается в ноль при $x = L/2$, а при больших x становится отрицательной. Реально это означает, что при $x = L/2$ шнур перестает давить на угол стола, а дальше покидающие стол элементы шнура «вылетают» в сторону.

Таким образом, полученные в самом начале формулы для скорости и ускорения шнура справедливы лишь при $x \leq L/2$. А как же движется шнур дальше? Вопрос этот очень непростой, и вряд ли на него можно ответить без эксперимента (например, стробоскопической съемки падающей цепочки). Можно лишь предположить, что с увеличением высоты падения все большая часть цепочки будет переходить из комка в хвост за счет взаимодействия между частями цепочки в полете.

ЧТО ТАКОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС?

А.Варламов, А.Черноуцан

Как вы знаете, резонанс в колебательной системе возникает в результате воздействия периодической внешней силы, изменяющейся с частотой, равной частоте свободных колебаний системы (в действительности из-за трения резонанс наступает при несколько меньшей частоте). Оказывается, наличие такой силы — не единственная возможность наблюдения резонансных явлений. Вот наглядный пример. Раскачиваясь на качелях, вы можете значительно увеличить амплитуду их колебаний только благодаря тому, что будете периодически приседать и распрямляться, т.е. изменять положение своего центра тяжести. Из этого примера видно, что причиной резкого возрастания амплитуды колебаний может служить не только периодическая внешняя сила, но и периодическое изменение одного из параметров колебательной системы при условии, что частота этих изменений определенным образом связана с частотой собственных колебаний системы. Такой резонанс называется параметрическим.

Для выяснения механизма этого способа усиления колебаний обратимся к хорошо знакомой вам системе — грузику на пружине. Однако вместо того чтобы возбудить обычные свободные колебания грузика, сделаем следующее. В момент, когда грузик массой m проходит положение равновесия с максимальной скоростью v_m , положим на него некоторый дополнительный грузик массой Δm , скажем пластилиновый шарик. Для того чтобы скорость грузика в этот момент не изменилась, предварительно разгоним шарик до той же скорости v_m . Отметим, что в процессе разгона шарика мы совершаем работу, которая в конечном счете идет на увеличение полной энергии системы до величины $(m + \Delta m)v_m^2/2$. Это увеличение энергии приводит к большему, по сравнению с прежним, максимальному растяжению пружины x_{m1} , величину которого можно найти из закона

сохранения энергии

$$\frac{(m + \Delta m)v_m^2}{2} = \frac{k(x_{m1})^2}{2}.$$

Теперь в момент, когда пружина максимально растянута, а скорость грузика равна нулю, мы мгновенно снимем шарик. Так как при этом вся энергия системы заключена только в растянутой пружине, уменьшение массы грузика никак не изменит полной энергии системы. Таким образом, нам удалось ввести в систему дополнительную энергию $\Delta mv_m^2/2$, так что энергия системы увеличилась в

$$n = \frac{(m + \Delta m)v_m^2/2}{mv_m^2/2} = 1 + \frac{\Delta m}{m} \text{ раз.}$$

Дадим нашей системе «отдохнуть» и, когда грузик будет снова проходить (в обратном направлении) положение равновесия, повторим ту же процедуру с пластилиновым шариком. Однако теперь, благодаря предыдущему вмешательству, максимальная скорость у грузика оказывается равной $v_{m1} = \sqrt{(m + \Delta m)/m} v_m$, и, разгоняя шарик, прежде чем положить его на грузик, нам придется совершить работу большую, чем в первый раз ($\Delta m(v_{m1})^2/2 > \Delta mv_m^2/2$).

Итак, каждые полпериода мы будем увеличивать энергию системы, и понятно, что это увеличение энергии приведет к возрастанию амплитуды колебаний (будем считать массу шарика столь малой по сравнению с массой грузика, что изменением частоты колебаний системы можно пренебречь). Подчеркнем тот факт, что, в отличие от обычного резонанса, при котором частота внешней силы должна быть равна собственной частоте колебаний системы, в случае параметрического резонанса усиления колебаний происходят наиболее эффективно, когда частота изменения того или иного параметра системы вдвое превышает ее собственную частоту.

Рассмотрим еще один пример, иллюстрирующий общий принцип возникновения параметрического резонанса. Представим идеальный колебательный контур, состоящий из конденсатора и катушки, в котором могут происходить свободные электрические колебания. Будем периодически изменять емкость конденсатора. Для этого в момент, когда заряд на конденсаторе максимален, быстро раздвинем его пластины, когда же заряд на пластинах будет равен нулю, так же быстро вернем их в прежнее положение. Продолжая этот процесс, можно убедиться в том, что

амплитуда колебаний в такой системе будет неограниченно возрастать, хотя в контуре и отсутствует внешняя ЭДС. Это связано с тем, что при раздвигании заряженных пластин мы каждый раз совершаем положительную работу, а сдвигая заряженные пластины, никакой работы не совершаем вовсе. Легко видеть, что и в этом процессе частота внешнего воздействия вдвое превышает собственную частоту колебаний системы.

А что произойдет, если мы возьмем колебательный контур, в котором изначально отсутствуют явно выраженные колебания, и начнем чисто механически (меняя расстояние между пластинами или их площадь) с частотой, вдвое превышающей собственную, изменять емкость конденсатора? Оказывается, и в этом случае будет происходить процесс нарастания колебаний! Дело в том, что на пластинах конденсатора всегда есть некоторый малый случайно образовавшийся заряд. Этот заряд даст «начальный толчок» быстрому росту колебаний по схеме, описанной выше. На таком принципе устроены генераторы и усилители электромагнитных колебаний, получившие название параметрических машин. Первая параметрическая машина была сконструирована в 1933 году на основе исследований советских физиков — академиков Л.И.Мандельштама и Н.Д.Папалекси.

Ну а если система не идеальна, т.е. в ней есть потери энергии? При обычном резонансе потери энергии определяют максимальную амплитуду колебаний. В случае же параметрического резонанса роль этих потерь принципиально иная. Как мы уже обсуждали, при параметрическом резонансе за каждые полпериода энергия системы возрастает в определенное число раз, но при этом часть энергии безвозвратно теряется (выделяется в виде тепла). Если возрастание энергии превышает потери, то колебания, хотя и медленнее, чем в отсутствие потерь, но будут неуклонно нарастать. Понятно, что для возбуждения колебаний в системе с трением следует в большей степени изменять соответствующий параметр системы — на грузик класть шарик большей массы, пластины конденсатора раздвигать на большее расстояние. Качающемуся же на качелях придется приседать глубже, однако если удастся начать раскачку, то, не изменяя глубины приседания, можно будет раскачать очень сильно.

А.Кикоин

Музыкальные звуки (или музыкальные тоны) — это звуки, которые мы слышим тогда, когда их источники совершают гармонические колебания. Амплитуда этих колебаний определяет громкость звука, а частота — его высоту (или высоту тона). Большая амплитуда колебаний соответствует большей громкости, а большая частота — более высокому тону.

Звуки одной и той же высоты можно возбудить множеством разных способов — например с помощью различных музыкальных инструментов или человеческих голосов. Но интересно, что все эти звуки (даже одинаковые по тону) легко различимы на слух. В чем здесь дело? Почему звуки, соответствующие колебаниям одной и той же частоты, кажутся нам неодинаковыми? Как нам удастся узнать голос знакомого человека среди множества других голосов незнакомых нам людей? Каким образом мы отличаем звучание струны рояля или скрипичной струны, звук аккордеона или флейты? Чтобы это понять, нужно выяснить, что и как колеблется в источниках музыкальных звуков.

В большинстве музыкальных инструментов колеблющимися элементами являются струны или воздушные столбы. Начнем со струн.

Колебания струны. Что представляют собой колебания струны как целого? Представим себе, что мы возбудили струну так, что по ней побежала упругая волна. Дойдя до закрепленного конца струны, волна отразится и побежит обратно. Тогда в любой точке струны встречаются две волны, бегущие в противоположных направлениях. Поскольку эти волны когерентны, при их сложении образуется устойчивая интерференционная картина. В тех точках струны, где колебания, вызываемые обеими волнами, одинаковы по фазе, смещения от положения равновесия будут изменяться с удвоенной амплитудой. Такие точки

принято называть пучностями смещения. Точки струны, куда приходят волны, вызывающие колебания с противоположными фазами, остаются в покое. Такие точки называют узлами смещений. Расстояние между ближайшими узлами (или пучностями) равно половине длины волны.

Характерно, что ни узлы, ни пучности вдоль струны не перемещаются во время колебаний. Вот почему установившиеся колебания струны в целом называют стоячей волной. Понятно, что стоячая волна может образоваться в струне, закрепленной с двух сторон, только в том случае, если ее длина кратна целому числу полуволн.

Струны в музыкальных инструментах — это проволочки различной длины и толщины, которые могут быть изготовлены из разных материалов. Концы их всегда так или иначе закреплены. Если заставить струну колебаться, то ее колебания будут передаваться окружающему воздуху, в результате чего возникает звуковая волна. Частота колебаний в звуковой волне такая же, как и частота колебаний струны.

Опыт показывает (это можно проверить и расчетом), что частота колебаний струны обратно пропорциональна ее длине и диаметру, прямо пропорциональна квадратному корню из силы натяжения струны и обратно пропорциональна корню квадратному из плотности материала струны. Это означает, что длинные, толстые и тяжелые струны колеблются с меньшей частотой, чем короткие, тонкие и легкие. Во время игры музыканты не могут, конечно, изменять массу или толщину струн, но в некоторых случаях они могут изменять длину струн, зажимая их в тех или иных местах пальцами. В таких инструментах число струн обычно невелико (у скрипки, например, их всего четыре). В других инструментах длина струн не изменяется, но зато в них достаточно велико число струн различной длины (пианино, арфа).

Тоны и обертоны. Струна, оттянутая строго посередине, будет совершать колебания, показанные на рисунке 1. Через каждые полпериода вся струна оказывается по разные стороны от положения равновесия. При этом на концах струны образуются узлы, а посередине — пучность смещений, так что на длине

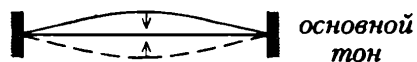


Рис. 1

струны укладывается ровно половина длины волны (поперечной волны в струне). Частота таких колебаний и определяет высоту звука, создаваемого струной. Это так называемый основной тон струны.

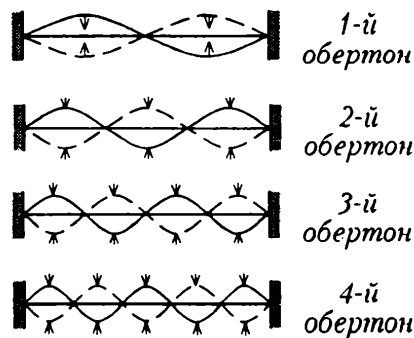


Рис. 2

Но это не единственная возможность. Можно возбудить и такие стоячие волны, при которых струна как бы разделяется на две, три и более части (рис. 2), каждая из которых колеблется с частотой вдвое, втрое и т. д. большей, чем частота, соответствующая основному тону. Такие колебания тоже передаются окружающему воздуху и доходят до слушателя вместе с основным тоном. Называются они обертонами. Интенсивность звуков обертонов много меньше интенсивности основного звука, но обертоны как бы окрашивают звук основного тона, придают ему особое качество, называемое тембром. Он-то и позволяет отличить звук одного музыкального инструмента от другого. Зависит тембр от числа возбуждаемых обертонов и от их относительной интенсивности.

Колебания воздушного столба. В духовых музыкальных инструментах (различных трубах) источником звука является колеблющийся столб воздуха, в котором, как и в струне, возникают стоячие волны. Его колебания возбуждаются вдуванием воздуха через узкое отверстие на одном конце трубы. При таком вдувании возникает сжатие воздуха, что и дает начало колебаниями, а затем и волнам (аналогично оттягиванию струны). Правда, в отличие от струны, в воздушном столбе возникают не поперечные, а продольные упругие волны.

Труба может быть короткой или длинной, прямой или изогнутой. Другой ее конец может быть открытым или закрытым. Иногда вдуваемый воздух заставляет вибрировать тонкий упругий язычок, который передает колебания воздуху в трубе (кларнет), иногда вибрируют губы исполнителя, вызывая вибрации воздуха в трубе (корнет).

Высота звука здесь, как и в случае струны, зависит от линейных размеров. В открытой трубе основной тон возникает, когда на длине трубы укладывается $1/2$ длины волны, а в закрытой с одного конца — $1/4$ длины волны (рис.3). Высота

тона зависит также от того, насколько сильно вдувается воздух (подобно тому, как в струне она зависит от силы натяжения струны).

Наряду с основным тоном, в трубе возникают и обертоны с частотами, кратными основной частоте. При этом в открытой трубе возможны только такие обертоны, частоты которых представляют собой

четные кратные частоте основного тона, а в закрытых трубах — нечетные кратные. Эти особенности связаны с тем, что на открытых концах трубы (а один из них всегда открытый) возможны только пучности смещений стоячей волны.

Музыкант может изменять действующую длину трубы, закрывая и открывая отверстия, сделанные вдоль трубы, с помощью клапанов или просто зажимая их пальцами (флейта, кларнет, дудка). В тромбоне, например, длина трубы, а вместе с тем и высота звука, изменяется с помощью скользящей U-образной приставки. В органе же длины труб неизменны, но зато число труб с самыми разными длинами чрезвычайно велико — до нескольких тысяч. Иными словами, возможны самые разные варианты.

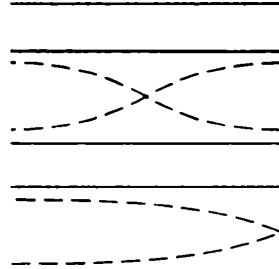


Рис.3

Е. Городецкий

Все окружающие нас тела, даже самые маленькие по размерам, состоят из огромного числа молекул. Движение каждой молекулы описывается законами механики, однако поведение большого числа молекул подчиняется качественно иным закономерностям. Можно ли установить эти закономерности, зная характер движения отдельных молекул? В принципе — да, но на практике это очень сложная задача.

К счастью, оказывается, что для изучения некоторых свойств макроскопических тел совсем не обязательно интересоваться каждой молекулой в отдельности. Вполне достаточно общего представления о внутренней структуре тел как о системе движущихся и сталкивающихся друг с другом частиц. При этом поведение макроскопических тел можно характеризовать специальными физическими величинами, которые относятся ко всей совокупности молекул, составляющих тела, т.е. являются средними характеристиками. Так, плотность вещества определяется средним числом молекул в единице объема, температура тела — их средней кинетической энергией и т.п.

В состоянии равновесия любые средние характеристики тела одинаковы во всех его точках. Но легко представить ситуацию, когда равновесия нет. Рассмотрим пример. Если поставить сосуд с водой на горячую плиту, то сначала температура воды у дна будет выше, чем на поверхности. Лишь по истечении довольно большого промежутка времени вода прогреется равномерно по всему объему. Как же происходит этот прогрев?

Мы уже говорили, что вещество — это система движущихся и взаимодействующих друг с другом молекул, средняя кинетическая энергия которых тем больше, чем выше температура. Но в нашем примере это означает, что энергия молекул, «стартующих» после очередного столкновения из области жидкости с повышенной температурой и попадающих в область, температура которой ниже, оказывается больше, чем энергия окружающих

молекул. Сталкиваясь с молекулами этого более холодного слоя, «горячие» молекулы передают им часть своей избыточной энергии. Те, в свою очередь, передают часть полученной энергии в еще более холодные области и т.д. Другими словами, в системе возникает поток энергии от горячих областей к холодным. Этот процесс называют теплопроводностью. Существенно, что из-за столкновений молекул характерные расстояния, на которые они смещаются, порядка расстояний между молекулами (в жидкости, например, это 10^{-10} м), т.е. перенос вещества при таком процессе отсутствует.

Итак, при чистой теплопроводности поток энергии есть, а потока вещества нет. А в каком смысле «чистой»? Что, бывает и «грязная» теплопроводность? В определенном смысле — да. В некоторых случаях разность температур может привести к направленному течению жидкости (конвекции), и тогда тепло будет переноситься не только за счет столкновения молекул, но и в результате перемешивания жидкости. Но это специальная ситуация, и рассматривать ее здесь мы не будем.

В случае чистой теплопроводности оказывается, что поток энергии в системе пропорционален перепаду температур в ней, т.е. зависит прежде всего от внешних условий. А вот коэффициент пропорциональности определяется исключительно внутренним устройством вещества (тем, как движутся молекулы внутри него и как они взаимодействуют (сталкиваются) друг с другом). Этот коэффициент называется коэффициентом теплопроводности (λ). Он различен у разных веществ. Так, теплопроводность любого металла на несколько порядков больше теплопроводности дерева. Именно поэтому неприятно прикасаться к металлической ложке, опущенной в стакан с горячим чаем, но ничего не стоит держать в руке горящую спичку.

Другой пример. Рассмотрим смесь двух веществ, например воду и каплю чернил в ней. Очевидно, что капля будет расплываться, стремясь равномерно растечься по всему объему воды, т.е. будет происходить процесс диффузии. В отличие от первого примера, здесь возникает поток вещества — чернил, — направленный из области, где чернил много, в область, где их мало. Этот поток пропорционален разности концентраций чернильных молекул в различных областях пространства. Коэффициент пропорциональности между потоком вещества и разностью концентраций называется коэффициентом диффузии (D). Коэффициент диффузии так же, как и коэффициент теплопроводности, различен у разных веществ и определяется их внутренним устройством (способностью молекул одного сорта «протискиваться» сквозь толщу других молекул).

Наконец, последний пример. Представьте себе твердое тело, движущееся в жидкости. Как показывает опыт, слои жидкости, непосредственно примыкающие к движущемуся телу, как бы прилипают к нему и вовлекаются в направленное движение. За счет обмена молекулами между слоями это движение передается соседним слоям, от них — следующим и т.д. Таким образом возникает поток импульса от слоев, обладающих большей скоростью, к слоям, обладающим меньшей скоростью. Именно в этом и состоит механизм жидкого трения, или вязкости. Действительно, увеличение импульса жидкости означает, что на нее со стороны тела действует какая-то сила (изменение импульса системы равно импульсу внешних сил, действующих на нее). Следовательно, согласно третьему закону Ньютона, со стороны жидкости на тело действует сила, направленная в противоположную сторону. Это и есть сила жидкого трения.

Поток импульса от слоев, движущихся быстро, к слоям, движущимся медленнее, пропорционален разности скоростей этих слоев. Коэффициент пропорциональности между потоком импульса и разностью скоростей называется коэффициентом вязкости жидкости (η).

Все рассмотренные примеры характеризуются общим свойством — переносом некоторого признака (энергии в первом примере, вещества во втором и импульса в третьем) из одних областей системы в другие. Неслучайно поэтому, что явления такого рода называются явлениями переноса. Каждое из них характеризуется своим коэффициентом переноса, и задача теории — уметь их вычислять. В общем случае это очень трудная задача, до сих пор полностью не решенная. Однако для газа рассчитать коэффициенты переноса рассмотренных трех конкретных процессов большого труда не представляет.

Оказывается, все три коэффициента (теплопроводности, диффузии и вязкости) пропорциональны длине свободного пробега молекул (l) и средней скорости их теплового движения (v), т.е. $\lambda \sim D \sim \eta \sim lv$. Такая зависимость коэффициентов переноса от характеристик молекулярного движения очень естественна. Ведь средняя скорость молекул v определяет скорость переноса того или иного признака в процессе установления равновесия. Длина же свободного пробега появляется в формуле потому, что после каждого столкновения параметры движения молекулы определяются параметрами системы в тех местах, где эти столкновения происходят, т.е. в точках, отстоящих друг от друга на расстояние l .

ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ — УНИВЕРСАЛЬНАЯ ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Е. Городецкий

За огромным многообразием явлений, которые изучает физика, часто довольно трудно усмотреть какие-то общие подходы и универсальные модели, с поразительной устойчивостью возникающие в самых разных областях знания. А вместе с утратой универсальности пропадает ощущение красоты и единства физической картины мира. Все затягивается серой пеленой скуки и происходящего от нее непонимания.

Может быть, одним из самых типичных примеров сказанного является идеальный газ, при упоминании о котором представляют себе, как правило, просто сильно разреженный газ. А между тем это не совсем так. Идеальный газ — это универсальная физическая модель, применимая для описания самых разнообразных природных объектов. Чтобы увидеть эту универсальность, попытаемся основные результаты теории обычного идеального газа перевести на более общий язык.

Главным признаком идеального газа является отсутствие взаимодействия между молекулами. Или, лучше сказать, малость энергии взаимодействия молекулы со своим окружением по сравнению с ее собственной энергией.

Из чего же складывается собственная энергия молекулы? Прежде всего это кинетическая энергия ее поступательного движения. Для того чтобы задать кинетическую энергию любого тела, и в частности молекулы, достаточно задать три составляющие его скорости (или импульса). Три — потому что пространство наше трехмерное. Можно сказать иначе — в трехмерном пространстве молекула всегда обладает тремя степенями свободы, связанными с движением ее центра масс. Эти степени свободы называются поступательными. (Как мы увидим чуть ниже, именно на языке степеней свободы наиболее явно проявляется универсальность модели идеального газа.)

Кроме поступательного движения, молекула, если она имеет какую-то пространственную структуру, может принимать участие во вращении вокруг любой из трех координатных осей. Это означает, что, наряду с тремя поступательными, у молекулы есть еще и три вращательные степени свободы. Исключение составляют молекулы, атомы которых вытянуты в жесткую цепочку: они могут вращаться лишь вокруг двух осей, перпендикулярных этой цепочке. Поэтому такие молекулы имеют лишь две вращательные степени свободы.

Но и это еще не все. Реальная молекула отнюдь не представляет собой абсолютно жесткое, монолитное образование: атомы, составляющие молекулу, могут колебаться друг относительно друга. Поэтому кроме поступательных и вращательных, есть еще и колебательные степени свободы.

Перебирая таким образом все движения, в которых может участвовать молекула или составляющие ее элементы, мы можем точно указать, сколько у нее степеней свободы. Зачем это нужно? А затем, что существует чрезвычайно важная и очень общая теорема, которая утверждает, что на каждую степень свободы любой равновесной системы приходится в среднем энергия, равная $1/2kT$, где T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана, указывающая, скольким джоулям энергии соответствует один градус температуры (градус — это тоже единица измерения энергии, только внесистемная). Так например, суммарная энергия трех поступательных степеней свободы равна $3/2kT$. Но энергия поступательного движения молекулы — это ее кинетическая энергия. Отсюда и получается, что

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT.$$

Иногда говорят, что температура есть мера кинетической энергии молекулы. Точнее было бы сказать, что температура есть мера энергии, приходящейся на одну степень свободы. Таким образом, если мы знаем число степеней свободы одной молекулы — обозначим это число буквой i , — то нетрудно найти полную энергию этой молекулы и, соответственно, внутреннюю энергию всего газа, содержащего N молекул:

$$W_{\text{мол}} = \frac{i}{2} kT, \quad W_{\text{газа}} = N \frac{i}{2} kT.$$

Приведенные формулы выглядят предельно просто. Но простота эта обманчива! Дело в том, что между поступательными и всеми остальными степенями свободы существует одно чрезвычайно глубокое различие, открытое на заре XX века великим

немецким физиком М. Планком. Суть его сводится к следующему: в то время как энергия поступательного движения может меняться непрерывно, энергия колебательного и вращательного движений меняется только порциями — квантами.

В применении к молекулам дискретность энергии означает, в частности, что для возбуждения колебаний атомов, составляющих молекулу, или приведения молекулы как целого во вращение необходима некоторая вполне конечная энергия. Существование такой пороговой энергии возбуждения $W_{\text{пор}}$ для какой-нибудь степени свободы (колебательной или вращательной) приводит к тому, что на эту степень свободы приходится уже не $1/2kT$, а меньше. Дело тут вот в чем.

Распределение энергии по степеням свободы происходит при соударениях молекул газа. По порядку величины передаваемая при соударениях энергия равна kT (средней кинетической энергии поступательного движения молекул). Если температура газа настолько высока, что $kT \gg W_{\text{пор}}$, то наличие квантового порога возбуждения не чувствуется, возбуждение данной степени свободы происходит без помех и на нее приходится обычная доля энергии $1/2kT$. В противоположном случае ($kT \ll W_{\text{пор}}$) данная степень свободы при соударениях практически никогда не возбуждается, и на ее долю приходится очень малая часть обычной энергетической нормы. Иначе говоря, при высокой температуре данная степень свободы должна учитываться наравне с поступательными, а при низкой она «вымораживается». Можно сказать, что число задействованных степеней свободы зависит от температуры.

Выше уже отмечалось, что единственное движение, энергия которого может меняться непрерывно, это поступательное движение. А это означает, что «вымораживания» поступательного движения не происходит никогда. Именно поэтому уравнение Менделеева — Клапейрона $pV = NkT$ остается справедливым при любых температурах, лишь бы газ был достаточно разрежен, чтобы взаимодействием его молекул можно было пренебречь (давление связано исключительно с поступательным движением молекул). А вот в выражение для энергии газа $W_{\text{газа}} = NkT/2$ при высоких температурах надо подставлять одно значение i (задействованы все степени свободы), а при низких — другое (часть степеней свободы «заморожены»).

И наконец, прежде чем перейти к другим системам, совершенно не похожим на газ, приведем еще одно соотношение — между давлением газа и его энергией. Сравнивая уравнение Менделеева — Клапейрона ($pV = NkT$) и выражение для энергии

поступательного движения ($W_{\text{пост}} = 3/2NkT$, здесь число поступательных степеней свободы $i_{\text{пост}} = 3$), легко найти

$$pV = \frac{2}{3} W_{\text{пост}}.$$

Тот факт, что энергия газа связана исключительно с полным числом его степеней свободы, а давление, в свою очередь, выражается через энергию, т.е. снова через число степеней свободы (только поступательных), наводит на очень важную мысль. А может и необязательно вовсе, чтобы система представляла собой большое число невзаимодействующих молекул? Может быть, все определяется лишь степенями свободы, а уж связаны эти степени свободы с молекулами (и тогда мы имеем идеальный газ) или с чем-то другим — это, так сказать, вопрос второй?

Чтобы пояснить эту мысль, давайте рассмотрим систему, очень далекую по своим внешним признакам от обычного газа. Представьте себе замкнутую полость, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре T . Как и всякое нагретое тело, стенки излучают электромагнитные волны. Полость оказывается как бы заполненной электромагнитным излучением. Идея о том, что находящееся в равновесии со стенками тепловое излучение можно рассматривать как идеальный газ, где различным степеням свободы соответствуют колебания различных частот, возникла сразу же, как начали заниматься этим объектом. Это казалось тем более правдоподобным, что давление, обусловленное излучением, связано с его энергией почти таким же соотношением, как для обычного идеального газа:

$$pV = \frac{1}{3} W.$$

Однако первые попытки сосчитать энергию такого «газа» привели к обескураживающим результатам. Если считать, что в полости могут существовать волны любой, сколь угодно большой частоты, и если каждой такой «степени свободы» выделить энергию $1/2kT$, то полная энергия всех волн окажется бесконечно большой. Именно эта парадоксальная ситуация с тепловым излучением в полости (ее назвали «ультрафиолетовой катастрофой») и заставила Планка выдвинуть обсуждавшуюся выше квантовую гипотезу. Он предположил, что энергия колебаний с частотой ν может меняться только порциями, равными $h\nu$ (h — постоянная Планка). Это значит, что все колебания с частотами, для которых $h\nu \gg kT$, оказываются «замороженными» и не дают вклада в энергию. Опираясь на свою гипотезу, Планк вывел

формулу для распределения энергии электромагнитных колебаний в полости по частотам и получил прекрасное согласие с экспериментальными данными. Сходство между обычным идеальным газом и газом электромагнитных волн оказалось столь велико, что отдельным элементарным волнам с энергией $h\nu$ стали сопоставлять специальные частицы — фотоны.

Совершенно аналогичная ситуация возникает при описании свойств кристалла (казалось бы, совсем уж прямом антиподе идеального газа). Кристалл, так же как и замкнутая полость, оказывается заполнен волнами, только не электромагнитными, а звуковыми. При распространении таких волн согласованные колебания совершают атомы кристалла. Элементарную волну-частицу в случае звука называют фононом. И вновь удается найти внутреннюю энергию кристалла, вычислив число степеней свободы, соответствующих звуковым волнам разных частот. А зная энергию, можно рассчитать и многие другие свойства кристалла.

Вообще, сведение различных явлений к совокупности некоторых волн, каждой из которых сопоставляется совершенно определенное число степеней свободы, чрезвычайно распространено в физике. А это есть не что иное, как сведение различных систем к идеальному газу. И в этом смысле сама модель идеального газа является одной из очень немногих фундаментальных физических моделей, сыгравших и продолжающих играть выдающуюся роль в создании физической картины окружающего нас мира.

А.Стасенко

Спросите кого угодно, что произойдет с температурой идеального газа, который расширяется в замкнутом сосуде без теплообмена с окружающей средой, и почти все вам ответят, что газ охладится. Не верьте! Это не всегда так.

Вообразим такой мысленный эксперимент. Пусть одна половина теплоизолированного сосуда занята идеальным газом с давлением p_1 и температурой T_1 , а другая — пуста. В некоторый момент уберем перегородку между половинами сосуда. Газ, естественно, будет расширяться, причем в пустоту, и после многочисленных столкновений его молекул со стенками и между собой установится новое равновесное состояние. Ясно, что теперь объем газа вдвое больше: $V_2 = 2V_1$. А каковы его давление p_2 и температура T_2 ?

С одной стороны, так как процесс адиабатический, точки, соответствующие начальному и конечному состояниям газа, должны лежать на адиабате $1 - 2'$ (рис.1). Адиабата, как известно, падает круче изотермы, поэтому температура газа должна уменьшаться: $T_2' < T_1$. С другой стороны, посмотрим, что говорит первый закон термодинамики. Количество теплоты Q , подведенное к газу, идет на увеличение его внутренней энергии

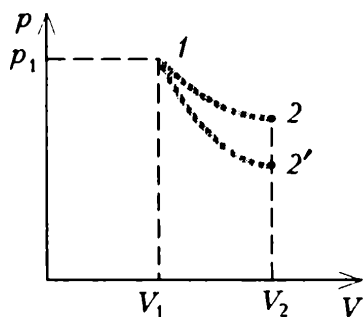


Рис. 1

ΔU и на работу по расширению A : $Q = \Delta U + A$. В нашем случае $Q = 0$ (по условию адиабатичности). А какая работа совершается газом? Да никакой, потому, что он расширяется в вакуум, со стороны которого не встречает противодействия: $A = 0$. Следовательно, и изменение внутренней энергии тоже равно нулю: $\Delta U = 0$. Но поскольку в случае идеального газа внутренняя энергия

зависит только от температуры, температура не изменится: $T_2 = T_1$, а давление станет равным $p_2 = p_1/2$. Это означает, что точки, соответствующие начальному и конечному состояниям, будут лежать на изотерме 1 — 2.

А что происходит между этими состояниями? К сожалению, школьная термодинамика ничего об этом сказать не может. Почему? Да потому, что вся она верна только для очень медленных (так называемых квазистатических) процессов, которые происходят со скоростями, много меньшими тепловой скорости движения молекул. В нашем же случае, как только мы уберем перегородку, газ буквально бросится в вакуум со скоростью порядка тепловой скорости молекул и даже быстрее, потому что в газе есть отдельные молекулы, скорость которых намного больше тепловой. А тут термодинамика просто неверна. Вот почему на рисунке 1 мы изобразили неизвестный нам процесс размытой, а не сплошной линией.

Все наши рассуждения справедливы для случая идеального газа. А если газ не идеальный? Тогда его молекулы взаимодействуют друг с другом, и внутренняя энергия газа складывается из кинетической энергии дви-

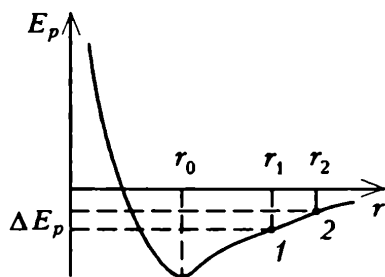


Рис.2

жения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия. На рисунке 2 изображена зависимость потенциальной энергии E_p взаимодействия двух молекул от расстояния r между ними. Там, где потенциальная энергия минимальна (точка r_0), вещество конденсируется, т.е. переходит в жидкое состояние. Так как, по условию, мы имеем в начальный момент газ, то среднее расстояние между молекулами соответствует точке $r_1 \gg r_0$. После удвоения объема среднее расстояние между молекулами станет равным $r_2 = r_1 \sqrt[3]{2} > r_1$. Получилось, как будто в результате расширения газ слегка «вытащили» вверх, по склону потенциальной ямы. Но кто поработал над тем, чтобы увеличить потенциальную энергию на ΔE_p ? Никто. И сам газ тоже ни над кем не работал. Поэтому остается признать, что увеличение потенциальной энергии произошло за счет уменьшения кинетической энергии движущихся молекул. Значит, и температура — мера средней кинетической энергии молекул газа — в результате расширения слегка упадет. Но чем ближе газ к идеальному, тем менее заметно это понижение температуры.

В. Соловьянюк

Что такое влажность воздуха? Как ее можно рассчитать? Что нужно сделать, чтобы определить ее практически? Обсудим эти и подобные вопросы на примере одной-единственной задачи — № 583 из сборника задач по физике для средней школы (Рымкевич А.П., 1990).

Вот ее условие:

Найдите относительную влажность воздуха в комнате при температуре 18 °С, если при 10 °С образуется роса.

И ответ: 59%.

Решим задачу. Воспользуемся примечанием, которое приведено тут же в сборнике на соседней странице:

Относительной влажностью можно считать отношение плотности ρ водяного пара, фактически находящегося в воздухе, к плотности ρ_0 насыщенного пара при данной температуре:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_0} 100\%. \quad (1)$$

Плотность ρ_0 мы можем найти из таблицы зависимости плотности насыщенного пара от температуры: при $t_1 = 18^\circ\text{C}$ $\rho_0 = 15,4 \text{ г/м}^3$. А плотность ρ найдем из следующих соображений. Будем понижать температуру в комнате, считая ее герметически закрытой, до тех пор, пока не начнет выпадать роса. Тогда плотность водяного пара ρ при температуре t_1 и плотность насыщенного пара ρ' при точке росы, т.е. при $t_2 = 10^\circ\text{C}$, будут одинаковыми:

$$\rho = \rho' = 9,4 \text{ г/м}^3.$$

В результате вычислений получаем ответ:

$$\varphi = 61\%.$$

Сравнивая с ответом в задачнике, видим, что они заметно не совпадают. Почему?

Попробуем иначе. Решим теперь задачу по-другому — используя определение относительной влажности из школьного учебника по физике для 10 класса (Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., 1990):

Относительной влажностью воздуха φ называют отношение парциального давления p водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению p_0 насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах:

$$\varphi = \frac{p}{p_0} 100\%. \quad (2)$$

Обратимся к таблице зависимости давления насыщенных водяных паров от температуры и найдем в ней нужные нам значения: $p = 1,23$ кПа, $p_0 = 2,07$ кПа. Отсюда получим

$$\varphi = 59\%.$$

Этот ответ совпадает с ответом в задачнике.

Какое же из двух решений является более точным?

Обратимся к газовым законам. Пусть p , V и m — параметры водяного пара в ненасыщенном состоянии при некоторой температуре T , а p_0 , V_0 и m_0 — параметры насыщенного водяного пара при той же температуре. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для этих двух состояний:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad p_0V_0 = \frac{m_0}{M} RT,$$

или

$$p = \frac{\rho RT}{M}, \quad p_0 = \frac{\rho_0 RT}{M}.$$

Поделив равенства друг на друга, получим

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

Таким образом, значения относительной влажности, вычисленные по формулам (1) и (2), должны совпадать?!

Поиски продолжаются. При решении задачи мы в обоих случаях «крутились» вокруг точки росы. А что это такое собственно?

В последних изданиях школьного учебника это понятие вообще не обсуждается, но в более раннем (1988 г.) говорилось:

Охлаждение пара при постоянном давлении рано или поздно превратит его в насыщенный пар... Температуру t_p , при которой водяной пар становится насыщенным, называют точкой росы.

Точку росы можно непосредственно определить с помощью так называемого конденсационного гигрометра. В специальный резервуар наливают легко испаряющийся эфир, вставляют туда же термометр и с помощью груши начинают быстро прокачивать воздух, вызывая тем самым интенсивное испарение эфира и понижение температуры в резервуаре. По термометру замечают температуру, при которой на полированной поверхности резервуара появляется матовый налет — роса. Это и есть точка росы. Появление росы указывает, что пар стал насыщенным.

Далее авторы учебника утверждают:

Давление в области, прилегающей к стенке (резервуара), можно считать постоянным, так как эта область сообщается с атмосферой, и понижение давления за счет охлаждения компенсируется увеличением концентрации пара... Зная температуру воздуха и точку росы, можно найти парциальное давление водяного пара и относительную влажность с помощью таблицы зависимости давления насыщенного пара от температуры... Если точка росы известна, то тем самым известно парциальное давление водяного пара p . Зная p и p_0 , находим относительную влажность:

$$\varphi = \frac{p}{p_0} 100\%.$$

Значит, при определении точки росы в этом случае происходит процесс охлаждения при постоянном давлении. При этом исследуемый воздух не изолируется от атмосферы, и в процессе охлаждения его объем будет уменьшаться. Сюда — в незагерметизированную комнату или к охлаждаемой поверхности гигрометра — со всех сторон будет устремляться окружающий воздух, восстанавливая при этом прежнее давление. Следовательно, действительно давление насыщенного пара при точке росы будет в этом процессе таким же, как и парциальное давление водяного пара в исследуемом воздухе. Иными словами, замена в формуле (2) парциального давления ненасыщенного водяного пара на давление насыщенного пара при точке росы вполне законна.

Но надо иметь в виду, что в этом случае плотность водяного пара не остается неизменной, а все время увеличивается — из-за подтока окружающего воздуха, и поэтому формулой (1) пользоваться нельзя.

При решении задачи первым способом подход к точке росы совершенно другой — объем исследуемого воздуха, его масса и плотность предполагаются постоянными при охлаждении от комнатной температуры до точки росы. Значит, вместе с понижением температуры будет понижаться и парциальное давление,

т.е. при таком подходе нельзя пользоваться, наоборот, формулой (2).

А какой из двух подходов к получению точки росы осуществляется на практике? В подавляющем большинстве случаев при определении относительной влажности приборами процесс происходит при постоянном давлении. Следовательно, решение по формуле (2) можно считать более правильным.

Ну, а как же быть с разными ответами, полученными по формулам (1) и (2)? Как мы выяснили, плотность ρ при комнатной температуре T_1 меньше, чем плотность ρ_{02} насыщенного пара при точке росы T_2 , если понижение температуры происходит при постоянном давлении p . Используя уравнение Менделеева — Клапейрона для этих двух состояний, запишем

$$pV_1 = \frac{m_1}{M} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m_2}{M} RT_2.$$

Заменив m_1/V_1 на ρ и m_2/V_2 на ρ_{02} , получим

$$\rho = \rho_{02} \frac{T_2}{T_1}.$$

Подставив это выражение в формулу (1), найдем

$$\varphi = \frac{\rho_{02}}{\rho_0} \frac{T_2}{T_1} 100\% = 59,4\%.$$

Резюме. Все изложенные здесь рассуждения — правильные. Ошибка была допущена только в одном предположении, что точка росы определяется при постоянном объеме, а в действительности, на практике, она измеряется при постоянном давлении.

Все мы привыкли к электрическим нагревателям. Достаточно включить такой нагреватель в сеть, и через некоторое время в комнате становится теплее — энергия электрического тока в нем превращается в тепло. Электрический нагреватель очень прост в устройстве и по существу представляет собой нагревательную спираль — резистор. Превращение электрической энергии в тепло осуществляется практически полностью, за исключением той небольшой доли энергии, которая идет на световое излучение, если спираль достаточно раскалена и светится. Кстати, с этой точки зрения электрическая лампочка не такой хороший нагреватель, как, скажем, электрокамин, так как у нее несколько процентов мощности уходит в виде светового излучения. Но все-таки, как ни странно, она скорее нагреватель, чем источник света, т.е. она в основном греет, а не светит.

Казалось бы, электрический нагреватель идеально справляется со своей задачей, преобразуя практически всю энергию тока в необходимое тепло. А нельзя ли, затратив некоторую энергию, получить тепла, скажем, в два раза больше и тем самым сэкономить расходы на нагревание? На первый взгляд, это абсолютно невозможно и противоречит закону сохранения энергии. Однако не будем торопиться и попробуем разобраться в этом вопросе подробнее. И начнем с... холодильной машины, а попросту — холодильника.

Холодильник отбирает тепло от внутренней емкости, где поддерживается низкая температура, и отдает его в комнату. Сам по себе такой процесс идти не может. Тепло не может перейти само собой от холодного тела к горячему (это одна из формулировок второго начала термодинамики). «Обратная» теплопередача требует постоянного подвода энергии — работы компрессора холодильника. Детали устройства холодильника нам не

существенны, но заметим, что для его функционирования всегда необходима энергия.

Пусть в результате совершения работы A холодильник отобрал у морозильной камеры количество теплоты Q_2 . Тогда, согласно закону сохранения энергии, в комнате выделилось количество теплоты $Q_1 = Q_2 + A$. Понятно поэтому, что при работе холодильника, даже с открытой дверцей, в комнате становится теплее. Попробуем найти коэффициент полезного действия холодильника. Но прежде вспомним о тепловом двигателе, принцип устройства и работы которого точно такой же, как и у холодильной машины. По существу холодильная машина это тепловой двигатель, работающий по обратному циклу.

Как вы знаете, рабочее тело теплового двигателя (рис.1) получает от нагревателя количество теплоты Q_1 , совершает работу A' и отдает холодильнику (не путайте с холодильной машиной!) количество теплоты $Q_2 < Q_1$. Максимальный коэффициент полезного действия теплового двигателя равен

$$\eta_{\max} = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 — температура нагревателя, а T_2 — температура холодильника.

КПД холодильника η_x определяется отношением количества теплоты, отбираемого у морозильной камеры, к необходимой для этого работе. Для идеального холодильника он равен (рис.2)

$$\eta_{x\max} = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{1 - \eta_{\max}}{\eta_{\max}}.$$

Заметим, что, как следует из этой формулы, холодильный коэффициент может быть больше единицы.

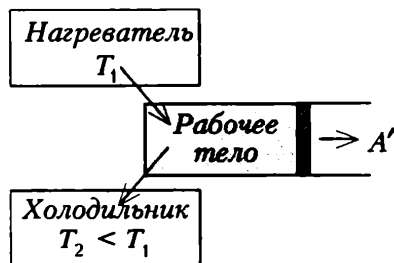


Рис.1

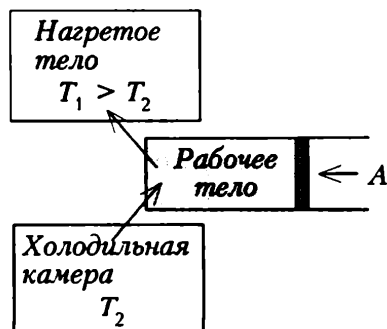


Рис.2

А теперь нетрудно догадаться, как можно использовать холодильник для отопления помещения в холодное время года — для этого холодильную камеру нужно вынести на улицу (а все остальные части «агрегата» оставить в комнате)! Тогда, совершив работу A (отобрав энергию у электрической сети) и забрав с улицы количество теплоты Q_2 , мы передаем в комнату количество теплоты $Q_1 = A + Q_2 > A$. Понятно, что никакого противоречия с законом сохранения энергии нет — дополнительная энергия в виде тепла отбирается от холодного наружного воздуха.

Холодильная машина, работающая таким образом, и называется «тепловым насосом», поскольку тепло «перекачивается» снаружи внутрь комнаты. В результате работы теплового насоса в помещении становится теплее, а на улице — еще холоднее (последний эффект, конечно же, совершенно ничтожен). КПД теплового насоса η_n определяется отношением получаемого помещением количества теплоты к необходимой для этого внешней работе. В идеальном случае он равен

$$\eta_{n\max} = \frac{Q_1}{A} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{1}{\eta_{\max}}$$

и всегда больше единицы.

В качестве примера рассмотрим случай, когда температура наружного воздуха -20°C ($T_2 = 253\text{ K}$), а внутри дома необходимо поддерживать температуру $+20^\circ\text{C}$ ($T_1 = 293\text{ K}$). Тогда $\eta_n = 293/40 \approx 7,3$, т.е. используя электрическую энергию для работы теплового насоса, мы можем получить в семь раз больше тепла, чем пользуясь электронагревательным прибором.

Разумеется, реальный КПД всегда ниже, к тому же двигатель теплового насоса также превращает в работу не всю потребляемую энергию. Однако все равно использование теплового насоса оказывается в несколько раз более рентабельным, чем использование электронагревателя. По сути дела тепловым насосом является обычный кондиционер: он «откачивает» тепло из комнаты. Если поменять его «вход» и «выход» местами, то в холодное время он может использоваться как экономичный обогреватель.

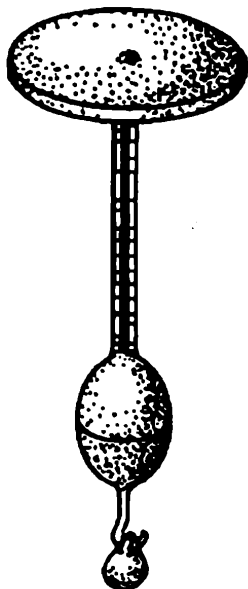
Почему же, несмотря на существенно большую рентабельность, тепловые насосы еще не заменили электронагреватели? Дело просто в том, что электронагреватель исключительно прост и дешев, а тепловой насос сравнительно сложное, громоздкое и дорогое устройство. Однако со временем тепловые насосы прочно войдут в наш быт и, возможно, вытеснят расточительные электроотопительные приборы.

Среди физиков распространено убеждение, что законы природы должны быть просты. Эйнштейн, например, считал простоту физической теории одним из критериев ее правильности. Однако история науки знает немало примеров, когда кажущаяся простота результатов опытов вводила ученых в заблуждение. Один из таких поучительных примеров относится к истории открытия основного закона электростатики, названного впоследствии законом Кулона.

Первые опыты по определению зависимости силы от расстояния для электрического взаимодействия $F(R)$ относятся к середине XVIII века. При этом в поисках «закона электрической силы» большую роль играла аналогия между действием одного заряженного тела на другое и гравитационным взаимодействием. «Жертвой» электромеханической аналогии стал известный швейцарский ученый Д. Бернулли.

Бернулли провел опыты по измерению сил, действующих между заряженными телами, около 1750 года (его результаты были опубликованы А. Соссеном). Ученый воспользовался устройством, которое было предложено французскими физиками Д'Арси и Ле-Руа и получило название гидростатического электрометра.

В сосуде с водой плавало чечевицеобразное тело (см. рисунок), которое в верхней части заканчивалось калиброванной стеклянной трубкой. На этой трубке крепился диск из проводящего материала (металла). На крюк в нижней части тела можно было подвешивать грузы разной массы. Измерения проводились следующим образом. На некотором расстоянии x под диском на трубке закреплялся другой проводящий диск того же диаметра, соединявшийся проводником с электростатической машиной на все время проведения опыта. Верхней пластине (диску) сообщался заряд. Вследствие электростатической индук-



ции, на нижней пластине наводился заряд противоположного знака. После этого экспериментатор определял, перегрузок какой массы следует подвесить на крюк в нижней части тела для того, чтобы расстояние между пластинами осталось равным x : ведь вследствие притяжения, возникавшего между пластинами, плавающая чечевица слегка поднималась вверх. Затем опыт проводился при другом значении x . На основе полученных результатов Бернулли пришел к выводу, что сила электростатического взаимодействия убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

Так что же, закон Кулона открыл Бернулли? Оказывается, нет. При ближайшем рассмотрении легко увидеть, что эксперименты Бернулли не имеют непосред-

ственного отношения к закону Кулона: здесь в ходе опыта при изменении x сохранялась постоянной разность потенциалов между пластинами, при этом заряд на них, естественно, менялся. Если приближенно рассматривать устройство Бернулли как плоский конденсатор, то для силы, действующей между пластинами (ее называют пондеромоторной), можно записать: $F \sim q^2$, где q — заряд на конденсаторе. В свою очередь, при постоянном напряжении на пластинах $q \sim x^{-1}$ и, следовательно, $F \sim x^{-2}$. Таким образом, полученный Бернулли результат лишь внешне схож с законом Кулона; при изменении формы взаимодействующих тел зависимость силы от расстояния между ними может быть иной.

Много лет спустя (в 1787 г.) подобные опыты проводил выдающийся итальянский исследователь электричества А. Вольта, который получил сходные результаты. Он, однако, не рассматривал их как универсальные и фундаментальные, поскольку знал о зависимости силы взаимодействия от формы тел.

В чем же главная причина ошибки Бернулли? Она весьма поучительна. У ученого отсутствовало ясное понимание различия между пондеромоторными силами, характеризующими взаимодействие макроскопических заряженных тел, и силами, действующими между элементарными (точечными) зарядами.

Е.Городецкий

Как известно, чтобы зарядить конденсатор, необходимо совершить некоторую работу. Эта работа требуется для преодоления сил электростатического притяжения, возникающих при разделении положительных и отрицательных зарядов. За счет совершенной работы в конденсаторе запасается потенциальная электростатическая энергия

$$W = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2, \quad (1)$$

где U — разность потенциалов между обкладками, C — емкость конденсатора, Q — заряд на его обкладках.

Ясно, что для того чтобы зарядить любое уединенное тело, т.е. создать в нем избыток зарядов одного знака, также следует совершить определенную работу. В этом случае она совершается против сил электростатического отталкивания, которые действуют между одноименными зарядами, накапливающимися на теле. Вычислим эту работу.

Рассмотрим уединенный проводник. Пусть нам уже удалось сосредоточить на нем заряд q . Потенциал создаваемого этим зарядом электрического поля на бесконечности условимся считать равным нулю, а потенциал самого проводника обозначим через $\varphi(q)$. Теперь будем переносить на проводник из бесконечности дополнительный малый заряд Δq . Для этого потребуется совершить работу

$$\Delta A = \varphi(q) \Delta q.$$

Понятно, что потенциал электростатического поля всегда пропорционален величине создающего это поле заряда. В данном случае потенциал проводника пропорционален заряду на нем:

$$\varphi(q) \sim q, \text{ или } \varphi(q) = \frac{1}{C} q.$$

Входящая в коэффициент пропорциональности величина C называется емкостью уединенного проводника. Она зависит от

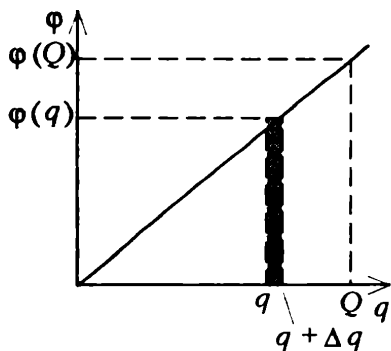


Рис. 1

формы, размеров проводника и диэлектрической проницаемости окружающей среды.

Построим график линейной зависимости ϕ от q (рис. 1). Работа ΔA , совершаемая при перенесении заряда Δq из бесконечности на проводник, на этом графике представляется площадью заштрихованного столбика. Полная же работа A по зарядке уединенного

проводника до заряда Q определяется суммой площадей всех аналогичных столбиков, т.е. площадью фигуры под графиком зависимости ϕ до q . В данном случае — площадью треугольника. Поэтому работа по зарядке уединенного проводника, равная запасаемой им потенциальной электростатической энергии, определяется формулой

$$A = W = \frac{1}{2} \phi(Q) Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C (\phi(Q))^2. \quad (2)$$

Формула (2) по виду совпадает с формулой (1), однако входящие в нее величины имеют несколько иной смысл: $\phi(Q)$ — это потенциал уединенного проводника, а не разность потенциалов (U) между обкладками конденсатора, C — емкость проводника, а не конденсатора.

Но где именно запасается электростатическая энергия? На этот вопрос существуют два равноправных ответа. Первый основывается на том, что запасенная энергия — это энергия взаимодействия зарядов, находящихся на проводнике. Согласно второй точке зрения, носителем запасенной энергии является электрическое поле, так что энергия распределена в окружающем проводник пространстве. В случае плоского конденсатора созданное им электрическое поле однородно и сосредоточено в области между пластинами. Тогда легко показать, что плотность энергии — энергия, проходящаяся на единицу объема, — определяется выражением

$$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}, \quad (3)$$

где E — напряженность поля, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды внутри конденсатора, ϵ_0 — электрическая постоянная.

Оказывается, этой же формулой можно воспользоваться для подсчета полной энергии электрического поля и в общем случае, когда поле неоднородно. Так например, в пространстве вокруг заряженного тела напряженность электрического поля уменьшается по мере удаления от тела. Тем не менее, в любом месте пространства мы всегда можем выбрать такой небольшой объемчик ΔV , что напряженность поля в нем практически не изменяется. Тогда, согласно формуле (3), мы можем вычислить соответствующую плотность энергии и найдем, что в выбранном объемчике заключена энергия

$$\Delta W = w \Delta V = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} \Delta V.$$

Если весь объем, где имеется электрическое поле, разбить на маленькие объемчики, подсчитать указанным способом энергию каждого из них, а затем все просуммировать, то мы получим полную энергию электрического поля. Как это ни удивительно, но для полной энергии получится уже известное выражение (2).

Красивым примером, показывающим плодотворность такого подхода вычисления энергии, может служить задача о нахождении силы отталкивания между двумя половинками заряженной проводящей сферы, находящейся в вакууме. Прежде всего вспомним, что поле внутри проводящей сферы, как и внутри любого проводника, равно нулю. Вне сферы напряженность поля такая же, как у точечного заряда, равного заряду сферы и находящегося в ее центре:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2},$$

где Q — заряд сферы, r — расстояние от ее центра до рассматриваемой точки. У поверхности сферы радиусом R напряженность поля оказывается равной

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}.$$

Давайте теперь мысленно разрежем сферу пополам и позволим искомой силе отталкивания F отдалить одну половинку от другой на малое расстояние Δx . При этом будет совершена работа

$$\Delta A = F \Delta x.$$

Эта работа равна уменьшению полной энергии электрического поля, запасенной во всем окружающем сферу пространстве. Действительно, до нашего мысленного сдвига в области про-

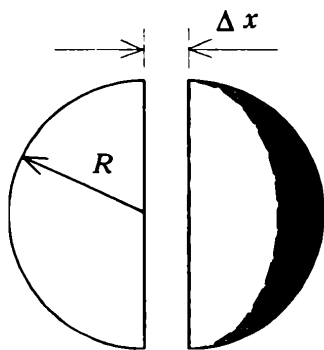


Рис.2

пространства (объемом ΔV), заштрихованной на рисунке 2, была запасена энергия

$$\Delta W = w \Delta V = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \Delta V = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} \Delta V.$$

После сдвига эта область оказалась уже внутри сферы, и напряженность поля в ней стала равной нулю. В образовавшийся зазор между полусферами поле практически не проникло, а в остальном пространстве оно почти не изменилось.

Нетрудно убедиться в том, что объем заштрихованной области совпадает с объемом образовавшегося зазора, который легко вычисляется:

$$\Delta V = \pi R^2 \Delta x.$$

Таким образом, согласно закону сохранения энергии, можно записать

$$\Delta A = \Delta W, \text{ или } F \Delta x = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} \pi R^2 \Delta x.$$

Отсюда сила отталкивания между двумя полусферами оказывается равной

$$F = \frac{Q^2}{32\pi \epsilon_0 R^2}.$$

Итак, можно считать, что энергия заряженного тела — это энергия взаимодействия его зарядов, а можно приписывать ее создаваемому телом в пространстве электрическому полю. Какой из этих точек зрения отдать предпочтение — в рамках электростатики это дело вкуса. Однако при изучении переменных полей единственно возможным оказывается именно второй подход, связывающий энергию с электрическим полем.

В классической физике было принято все вещества по их электрическим свойствам разделять на проводники и диэлектрики. Современная физика различает еще два промежуточных состояния — полупроводники и полуметаллы. Лишь с появлением квантовой механики стало ясно, в чем различия между всеми этими типами веществ. Постараемся вкратце описать суть современной квантово-механической теории, объясняющей электрические свойства твердых тел.

Твердое тело состоит из атомов, образующих кристаллическую решетку. Атомы удерживаются в решетке силами взаимодействия электрически заряженных атомных частиц — положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов. Электрический ток в кристалле — это движение электронов, которое подчиняется законам квантовой механики. Согласно этим законам, электроны и в отдельном атоме, и в кристалле могут обладать лишь определенными (разрешенными) значениями энергии, или, иными словами, находиться на определенных энергетических уровнях. Чем выше уровень, тем большей энергии он соответствует.

В атоме эти уровни расположены довольно далеко один от другого — принято говорить, что уровни образуют дискретный энергетический спектр (рис.1). При определенных условиях электроны могут переходить с одного уровня на другой, разрешенный, уровень. Электрон с данной энергией может двигаться только по замкнутой траектории — орбите — вокруг ядра. (Орбита в квантовой механике, в отличие от классической, понятие условное. Об определенной орбите электрона

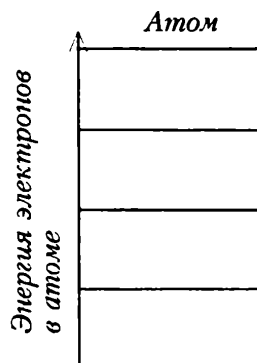


Рис. 1

можно говорить лишь приближенно, а ее замкнутость означает только то, что электрон в среднем находится на определенном расстоянии от ядра.)

Когда атомы объединяются в кристалл, часть электронов по-прежнему остается на своих автономных орбитах, но наиболее удаленные от ядра электроны получают возможность двигаться по всему кристаллу благодаря тому, что внешние орбиты соседних атомов перекрываются. А это значит, что и энергетические уровни, раньше принадлежавшие отдельным атомам, становятся общими для всего кристалла. Вместо дискретных уровней в кристалле образуются энергетические зоны, состоящие из очень близко расположенных уровней. Электроны, которые находятся на этих обобществленных уровнях, называются валентными электронами.

Валентные электроны движутся по орбитам, охватывающим весь кристалл, и, казалось бы, могут проводить электрический ток. Однако, если бы все было так просто, все твердые тела были бы хорошими проводниками (металлами). Законы квантовой механики делают картину гораздо более сложной и разнообразной. Во-первых, энергетические зоны разделены промежутками, в которых нет ни одного энергетического уровня. Эти промежутки называются запрещенными зонами. Во-вторых, электроны подчиняются так называемому принципу Паули, согласно которому на каждом уровне в данном состоянии может находиться только один электрон. При наинизшей возможной температуре, равной абсолютному нулю ($T = 0$), энергетические уровни последовательно снизу вверх (т.е. начиная с наименьших значений энергии) заполняются электронами в соответствии с принципом Паули, а уровни с более высокими энергиями остаются

свободными. Различная степень заполнения энергетических зон, а также различия в их относительном расположении и позволяют разделить все твердые тела на диэлектрики, полупроводники, полуметаллы и металлы.

Диэлектрики. При $T = 0$ валентные электроны целиком заполняют наинизшую зону, называемую валентной зоной (рис.2). Свободных уровней в ней нет, а следующая разрешенная зона — зона проводимости

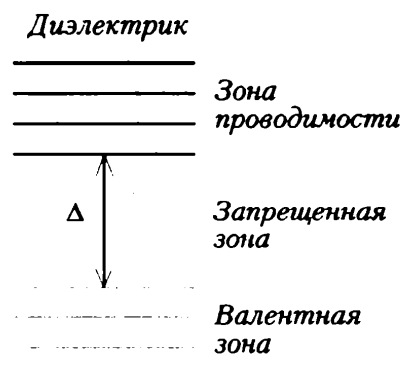


Рис.2

— отделена от нее широкой запрещенной зоной. Если к такому образцу приложить электрическое поле, оно не сможет ускорить электроны, т.е. создать электрический ток, так как ускорить электрон — значит сообщить ему дополнительную энергию, а, согласно законам квантовой механики, это можно сделать, только переведя его на более высокий энергетический уровень. Но принцип Паули запрещает электронам занимать уже занятые уровни, а попасть в следующую разрешенную зону, которая совершенно пуста, они не могут, потому что энергия, полученная от электрического поля, много меньше ширины Δ запрещенной зоны.

При температуре, отличной от нуля, электроны, в принципе, могут перейти в зону проводимости и стать носителями электрического тока. Однако для того чтобы число электронов, перешедших в эту зону, было достаточно большим, нужно диэлектрик нагреть до такой высокой температуры, что он расплавится, прежде чем ток достигнет измеримой величины. При комнатной температуре ток в диэлектрике практически не течет.

Полупроводники. От диэлектрика полупроводник отличается только тем, что ширина Δ запрещенной зоны, отделяющей валентную зону от зоны проводимости, у него много меньше (в десятки раз). При $T = 0$ валентная зона в полупроводнике, как и в диэлектрике, целиком заполнена, и ток по образцу течь не может. Но благодаря тому, что энергия Δ невелика, уже при незначительном повышении температуры часть электронов может перейти в зону проводимости (рис.3). Тогда электрический ток в веществе станет возможным, причем сразу по двум «каналам».

Во-первых, в зоне проводимости электроны, приобретая энергию в электрическом поле, переходят на более высокие энергетические уровни. Во-вторых, вклад в электрический ток дают... пустые уровни, оставленные в валентной зоне электронами, ушедшими в зону проводимости. Действительно, принцип Паули разрешает любому электрону занять освободившийся уровень в валентной зоне. Но, заняв этот уровень, он оставляет свободным свой собственный уровень и т.д. Если следить не за движением электронов по уровням в валентной зоне, а за движением самих пустых уровней, то оказывается, что эти уровни, имеющие научное название

Полупроводник с собственной проводимостью

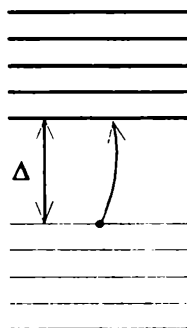


Рис.3

«дырки», тоже становятся носителем тока. Число дырок, очевидно, равно числу электронов, ушедших в зону проводимости (так называемых электронов проводимости), но дырки обладают положительным зарядом, потому что дырка — это отсутствующий электрон.

Таким образом, в полупроводнике электрический ток — это ток электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне. Такая проводимость полупроводника называется собственной. Электроны и дырки при движении по кристаллу взаимодействуют с атомами кристаллической решетки, теряя при этом свою энергию. С этими потерями связано электрическое сопротивление вещества. При увеличении температуры потери энергии возрастают, так что сопротивление полупроводника должно было бы с ростом температуры тоже увеличиваться. Но при повышении температуры растет число электронов, переходящих в зону проводимости, а следовательно, и число дырок в валентной зоне. Это значит, что растет (и очень быстро) общее число носителей тока. Из-за этого сопротивление полупроводника с повышением температуры не растет, а падает. Полупроводник и можно определить как вещество, практически не проводящее ток при абсолютном нуле температур, но сопротивление которого с ростом температуры резко падает.

В природе, однако, полупроводников с собственной проводимостью практически не существует: в них всегда имеются примеси других веществ, которые и определяют их электрические свойства. Наличие примесей приводит к тому, что в запрещенной зоне полупроводника появляются дополнительные энергетические уровни, с которых или на которые тоже возможны электронные переходы. Широкое применение полупроводников в технике стало возможным только после того, как технологи научились управлять содержанием примесей в полупроводниках и по своему усмотрению делать их проводимость (примесную проводимость) почти чисто электронной или почти чисто дырочной.

Оказывается, можно подобрать такие примеси, атомы которых легко отдают электроны. Освободившиеся при этом дополнительные уровни энергии располагаются внутри запрещенной зоны полупроводника вблизи ее верхнего края (рис. 4, а). Такие примеси называются донорными примесями, а уровни — донорными уровнями. Из рисунка видно, что при одной и той же температуре электронам с таких уровней гораздо легче перейти в зону проводимости, чем электронам из валентной зоны, поэтому примесные уровни и станут основными поставщиками электронов в зону проводимости. Но при этом в валентной зоне

Полупроводник
n-типа



Полупроводник
p-типа

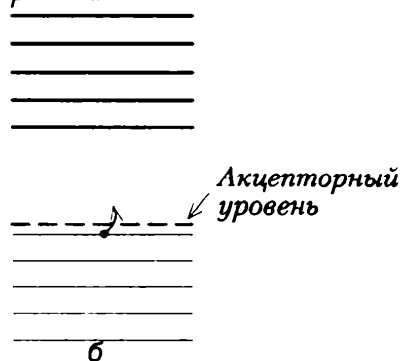


Рис.4

дырок появляться не будет, и проводимость полупроводника станет почти чисто электронной. Такие полупроводники называются полупроводниками *n*-типа.

Существуют и такие примеси, атомы которых легко присоединяют к себе электроны (акцепторные примеси). Дополнительные уровни их электронов (акцепторные уровни) тоже располагаются внутри запрещенной зоны полупроводника, но вблизи ее дна (рис.4,б). В этом случае электронам из валентной зоны легче перейти на акцепторные уровни примеси, чем в зону проводимости. Тогда в валентной зоне появятся дырки без того, чтобы в зоне проводимости появились электроны. Получится полупроводник с почти чисто дырочной проводимостью, или полупроводник *p*-типа.

Наиболее известные полупроводниковые материалы — это германий и кремний, а их главные технические применения как раз и связаны с возможностью создания образцов *n*- и *p*-типов.

Полуметаллы. Это вещества, в которых между зоной проводимости и валентной зоной зазор отсутствует, так что они слегка перекрываются (рис.5). В таких веществах уже при нулевой температуре имеется небольшое количество электронов и дырок, но электропроводность их очень слабо зависит от температуры.

Полуметаллы в природе встречаются очень редко, из них наиболее известны висмут, сурьма и их сплавы.

Металлы. Электроны в металлах окончательно «забывают» свое атомное происхождение, их уровни образуют одну очень широкую зону. Она всегда заполнена лишь частично (чис-

Полуметалл

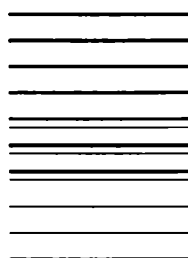


Рис.5

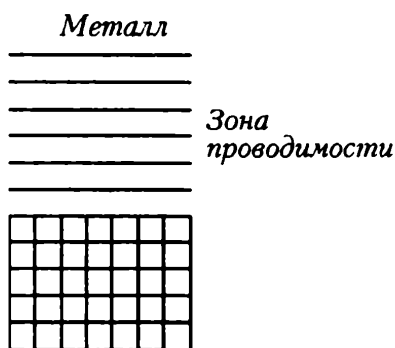


Рис.6

ло электронов меньше числа уровней) и потому может называться зоной проводимости (рис.6). Ясно, что в металлах ток может течь и при нулевой температуре. Более того, с помощью квантовой механики можно доказать, что в идеальном металле (решетка которого не имеет дефектов) при $T = 0$ ток должен течь без сопротивления! (Мы не касаемся здесь сверхпроводников, которые теряют сопротивление при температурах,

отличных от абсолютного нуля.)

К сожалению, идеальных кристаллов не бывает, а нулевой температуры достичь невозможно. В действительности электроны теряют энергию, взаимодействуя с колеблющимися атомами решетки, так что сопротивление реального металла растет с температурой (в отличие от сопротивления полупроводника). Но самое главное то, что при любой температуре электропроводность металла значительно выше электропроводности полупроводника потому, что в металле гораздо больше электронов, способных проводить электрический ток.

КАК В МЕТАЛЛЕ ПРОТЕКАЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК?

А. Варламов

Этот вопрос обычно не вызывает затруднений. Как протекает? Да очень просто. Если между концами проводника, например металлического, поддерживать разность потенциалов, то в нем возникает электрическое поле. Действуя на имеющиеся в металле свободные электроны, это поле придает им ускорение в направлении того конца проводника, потенциал которого выше (заряд электронов отрицательный). Возникает направленное движение зарядов, которое и является электрическим током.

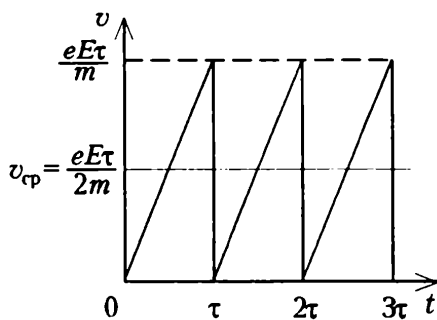
Нельзя сказать, что такой ответ ошибочен. Все слова в нем верны. Однако этот, на первый взгляд исчерпывающий, ответ сразу же вызывает целый ряд других вопросов и возражений. Попробуем в них разобраться.

Как движутся электроны при создании между концами проводника разности потенциалов? Казалось бы, ускоренно, ведь на них все время действует сила $\vec{F} = e\vec{E}$ (\vec{E} — напряженность электрического поля в проводнике). Но если бы это действительно было так, то сила тока в любом сечении проводника со временем возрастала бы, что противоречит закону Ома — при постоянном напряжении сила тока, протекающего по проводнику, постоянна: $I = U/R$. Как же быть? Вспомним о внутреннем устройстве металла.

Валентные электроны атомов металлов связаны с атомами весьма слабо. Поэтому при образовании кристаллической решетки они легко отрываются от атомов и образуют довольно плотный электронный газ (даже если от каждого атома оторвется лишь по одному электрону, то их концентрация в таком газе окажется порядка $n \sim 10^{29} \text{ 1/м}^3$). Рассуждая выше о протекании тока через металл, мы считали эти электроны свободными. В определенном смысле это верно, но не следует забывать и об их окружении — ионной кристаллической решетке.

Созданная в конце XIX — начале XX веков классическая электронная теория сопротивления металлов предполагала, что в процессе движения под действием электрического поля электроны сталкиваются с ионами кристаллической решетки. Среди этих столкновений бывают и такие, при которых электроны всю приобретенную при разгоне в электрическом поле энергию передают решетке. Именно такие столкновения, их называют эффективными, и ответственны за сопротивление металла. Остальные столкновения для понимания механизма протекания тока можно не принимать в расчет (после них изменяется лишь направление скорости электронов, но не ее величина).

Пусть среднее время между соударениями есть τ . Тогда можно представить себе такую модель движения электрона в металле, в котором создано электрическое поле. В интервале времени от 0 до τ электрон движется с ускорением $a = eE/m$, и, следовательно, проекция v скорости его направленного движения против поля \vec{E} линейно возрастает со временем: $v = at = eEt/m$. В момент времени τ электрон сталкивается с ионом и полностью передает кинетическую энергию своего направленно-



го движения решетке. Далее он снова ускоряется электрическим полем, и процесс повторяется. График зависимости проекции скорости упорядоченного движения от времени приведен на рисунке. Такое кусочно-равноускоренное движение можно представить себе как равномерный дрейф электрона в направлении, проти-

воположном полю, со скоростью $v_{ср} = eE\tau/(2m)$. Вычислим связанную с этим движением силу тока.

Число электронов, проходящих через сечение S проводника за время Δt , есть $\Delta N = nSv_{ср}\Delta t$. При этом переносится заряд $\Delta q = e\Delta N = neSv_{ср}\Delta t$. Следовательно, в проводнике протекает ток

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = nev_{ср}S = \frac{ne^2\tau}{2m} SE.$$

Величина

$$j = \frac{I}{S} = \frac{ne^2\tau}{2m} E$$

называется плотностью тока.

Оказывается, полученный нами коэффициент пропорциональности между плотностью тока и напряженностью поля, который составлен только из микроскопических характеристик металла, есть не что иное как величина, обратная удельному сопротивлению металла ρ (ее называют проводимостью металла).

Ну вот, кое-что стало проясняться. Однако вопросы еще остались. Давайте, например, оценим среднюю скорость направленного движения электронов. Пусть по медному проводнику сечением, скажем, 10 мм^2 и концентрацией электронов $1,67 \cdot 10^{29} \text{ 1/м}^3$ протекает ток 10 А . Тогда

$$v_{\text{ср}} = \frac{I}{neS} \approx 0,04 \text{ мм/с}.$$

Если же по известному из эксперимента значению ρ определить время между эффективными соударениями, то окажется, что $\tau \sim 10^{-14} \text{ с}$. Поэтому, если предполагать, что пробег между эффективными соударениями происходит со средней скоростью порядка $0,1 \text{ мм/с}$, то мы приходим к абсурдному утверждению: расстояние между двумя соударениями электрона $l = v_{\text{ср}} \tau \sim 10^{-18} \text{ м}$, что на много порядков меньше расстояния между ближайшими ионами в решетке. Следовательно, мы снова чего-то не учли. А именно того, что частицы электронного газа в металле, подобно молекулам идеального газа в сосуде, находятся в постоянном хаотическом движении. Однако, если воспользоваться такой аналогией и вместо $v_{\text{ср}}$ подставить в выражение для l тепловую скорость $v_{\text{т}} = \sqrt{3kT/m}$ (здесь k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура), то этого все равно окажется недостаточно для согласия с опытными данными (убедитесь в том самостоятельно).

Мы исчерпали возможности классической физики. В действительности последовательная теория сопротивления металлов была построена только в середине XX века с помощью представлений квантовой физики. Оказалось, что электроны в металле движутся с гигантскими скоростями $v_e \sim 0,01 c$ (где c — скорость света в вакууме). Это хаотическое движение частиц электронного газа имеет чисто квантовое, а не тепловое происхождение — оно не прекращается даже при абсолютном нуле температуры. Но и при столь огромных скоростях хаотического движения электронов в отсутствие электрического поля средний перенос заряда через выделенное сечение проводника равен нулю. При включении электрического поля на это хаотическое движение накладывается упорядоченный дрейф электронов против поля — как это уже было описано выше. Расстояние же

между двумя последовательными соударениями определяется именно большой скоростью хаотического движения и составляет для взятого нами конкретного медного проводника несколько десятков (а может быть, даже сотен) межатомных расстояний, что уже вполне правдоподобно.

И наконец, последняя неожиданность. Согласно законам квантовой механики, электрон в идеальной периодической кристаллической решетке движется так, что он... никогда не сталкивается с ионами, ее образующими. А как же быть тогда со всеми нашими предыдущими умоглядными построениями? Как же тогда электроны при своем движении в кристалле передают свою энергию решетке?

Оказывается, при низких температурах электроны сталкиваются с примесными атомами и другими дефектами, всегда имеющимися в решетке реального кристалла. Устраняя их, сопротивление кристаллического металла можно делать все меньше и меньше. При комнатных же температурах электроны в основном рассеиваются на... колебаниях решетки. Если в неподвижной решетке они еще могли «строить» свое поведение так, чтобы «обойти» все периодически повторяющиеся ионы, то когда последние совершают тепловые колебания, электроны уже никак не могут «уследить» за их хаотическим движением и неизбежно сталкиваются то с одним, то с другим.

Вот, вкратце, какие «подводные камни» встретились нам при внимательном рассмотрении, казалось бы, такого ясного вопроса, как протекание электрического тока в металле.

О ПОСТОЯННОЙ ФАРАДЕЯ И УДЕЛЬНОМ ЗАРЯДЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ

А. Кикоин

Явление электролиза, известное с конца XVIII — начала XIX веков, особенно подробно было изучено выдающимся английским физиком М. Фарадеем. В 1834 году была опубликована статья Фарадея, в которой рассказывалось о результатах опытов, приведших к установлению закона электролиза. В этой же статье впервые появились термины, предложенные Фарадеем и ставшие теперь общепринятыми. Это — электрод (а также катод и анод), ион (катион и анион), электролит и название самого процесса — электролиз.

Закон электролиза теперь (но не во времена Фарадея) записывается так:

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} I \Delta t.$$

Здесь m — масса выделившегося на электроде вещества, F — постоянная Фарадея, M — молярная масса вещества, n — его валентность, $I \Delta t$ — заряд, прошедший через электролит.

Заметим, что величина, численно равная отношению M/n , в химии называется химическим эквивалентом (так она называлась и при Фарадее, хотя понятия валентности тогда еще не было). Величина эта показывает, какая масса данного вещества вступает в соединение с массой водорода, равной его атомной массе (или замещает эту массу в химических реакциях). Например, для атомарного кислорода относительная атомная масса равна 16, а валентность — 2, так что его химический эквивалент равен 8. Чтобы из кислорода и водорода получилась вода, на каждую единицу массы водорода должно приходиться восемь единиц массы кислорода: 1 кг водорода соединяется с 8 кг кислорода, и в результате получается 9 кг воды.

Физический смысл постоянной Фарадея. Допустим, что электролиз проводится так, что на электроде выделяется масса

вещества, численно равная его химическому эквиваленту. Тогда из закона электролиза следует, что постоянная Фарадея F численно равна электрическому заряду, переносимому ионами, суммарная масса которых численно равна химическому эквиваленту. Из опытов $F = 96500$ Кл/моль.

Если выделившееся вещество одновалентное, его химический эквивалент численно равен массе одного моля, а число ионов, перенесших эту массу, равно постоянной Авогадро N_A . Если же на электроде выделилось двухвалентное вещество, 96500 кулонов переносится числом ионов, вдвое меньшим постоянной Авогадро, и т.д.

Удельный заряд протона и других заряженных частиц.

Представим себе, что опыт с прохождением тока через электролит проводится так, что на катоде выделяется водород, причем его масса численно равна химическому эквиваленту. Поскольку водород одновалентен, через электролит пройдет один моль ионов водорода. Число этих ионов равно, конечно, постоянной Авогадро, а перенесенный ими заряд численно равен постоянной Фарадея. Таким образом, мы можем сказать, что масса иона водорода численно равна отношению химического эквивалента к постоянной Авогадро, а заряд этого иона численно равен отношению постоянной Фарадея к постоянной Авогадро. Отсюда, согласно закону электролиза, получаем, что отношение заряда иона водорода к его массе, называемое удельным зарядом иона, численно равно постоянной Фарадея, деленной на атомную массу.

Но ион водорода — это ядро атома водорода. Оно имеет особое название — протон (ядра водорода входят в состав атомных ядер всех остальных химических элементов). В единицах СИ удельный заряд протона равен

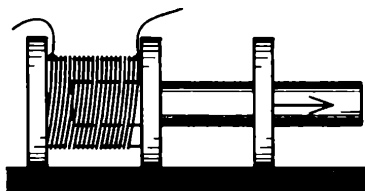
$$\frac{q_p}{m_p} = \frac{F/N_A}{M/N_A} = \frac{9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}}{10^{-3} \text{ кг/моль}} = 9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}.$$

Почему мы здесь обращаем специальное внимание на удельный заряд протона? Дело в том, что удельный заряд всякой электрически заряженной частицы — одна из ее важнейших характеристик. От нее зависит, например, скорость и ускорение частицы, движущейся в электрическом поле.

Б. Рыбин

Поговорим о двух опытах, которые вы можете провести в школьном физическом кабинете.

Первый опыт. Возьмите длинный железный стержень круглого сечения и вставьте его одним концом в катушку, длина которой в несколько раз меньше длины стержня. Расположите сердечник с катушкой горизонтально (см. рисунок). На выступающий конец сердечника наденьте легкое алюминиевое кольцо, диаметр которого чуть больше диаметра сердечника. К катушке через ключ подсоедините источник постоянного тока, напряжение на выходе которого можно при желании изменять.



Придвиньте алюминиевое кольцо вплотную к катушке и замкните ключ — кольцо оттолкнется от катушки. Величину постоянного тока можно подобрать так, чтобы кольцо удалилось почти на всю длину сердечника. Теперь разомкните цепь — кольцо возвратится почти в исходное положение.

Объяснение этого опыта кажется не очень сложным. Приведем его. Площадь, ограниченную алюминиевым кольцом, пронизывает магнитный поток, создаваемый током в катушке. При замыкании ключа этот магнитный поток растет, и по правилу Ленца в кольце возникает индукционный ток, направленный противоположно току в катушке. Антипараллельные токи отталкиваются, следовательно, кольцо действительно должно отталкиваться от катушки. При размыкании цепи магнитный поток уменьшается, и в кольце возникает ток, сонаправленный току в катушке. Такие токи притягиваются друг к другу, вот почему кольцо приближается к катушке.

Второй опыт. Расположите сердечник вертикально так, чтобы катушка находилась в нижней его части, и наденьте на него алюминиевое кольцо. Подключите к катушке источник переменного синусоидального тока (можно просто включить катушку в сеть, а для регулирования величины напряжения последовательно катушке подсоединить реостат) и замкните цепь. Кольцо, лежащее на катушке, приподнимается и висит в воздухе все время, пока по катушке идет ток. Если амплитуда тока достаточно большая, то в момент включения кольцо может даже слететь с сердечника.

Как можно объяснить этот опыт? Попробуем сначала провести такие же рассуждения, как и в первом случае. В течение той четверти периода, когда величина тока в катушке растет, в кольце возникает индукционный ток, направленный противоположно току в катушке, и между кольцом и катушкой возникают силы отталкивания. В течение следующей четверти периода, когда величина тока в катушке уменьшается, между кольцом и катушкой действуют силы притяжения. Таким образом, на кольцо должна действовать быстро меняющаяся по направлению сила. Среднее значение этой силы равно нулю, поэтому кольцо, казалось бы, не должно приподниматься и тем более висеть в воздухе.

В чем же дело? Причина возникшего противоречия между приведенным объяснением и реальным поведением кольца заключена в следующем. Магнитный поток, пронизывающий площадку, ограниченную кольцом, создается не только током, идущим по катушке, но и индукционным током, возникающим в самом кольце (явление самоиндукции). И если при объяснении первого опыта пренебрежение этим фактором не привело к ошибочным выводам, то во втором случае мы пришли к противоречию. Попробуем разобраться, но прежде сформулируем три утверждения, которые нам понадобятся в дальнейшем.

1) Магнитный поток, пронизывающий площадку, ограниченную кольцом, можно представить как сумму двух потоков:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2,$$

где Φ_1 — магнитный поток, создаваемый током I_1 , текущим по катушке, и Φ_2 — поток, создаваемый индукционным током I_2 , возникающим в кольце.

2) Если Φ_1 и Φ_2 имеют одинаковые знаки, то это означает, что соответствующие им магнитные поля, а значит, и создающие эти поля токи должны быть параллельными. Совершенно аналогично, если Φ_1 и Φ_2 имеют противоположные знаки, то это означает, что токи антипараллельны.

3) Наблюдаемые в обоих опытах эффекты имеют место только в том случае, если сопротивление алюминиевого кольца достаточно мало (по этой причине не следует изготавливать кольцо из тонкой проволоки). И вот почему. Согласно закону электромагнитной индукции, ЭДС индукции, возникающая в кольце, определяется скоростью изменения магнитного потока со временем: $\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi}$. С другой стороны, в соответствии с законом Ома, $\mathcal{E}_i = I_2 R$, где R — сопротивление кольца. Если R достаточно мало, то $\mathcal{E}_i \approx 0$, и следовательно, $\Phi \approx \text{const}$, т.е. при быстрых изменениях тока в катушке магнитный поток остается практически постоянным. (Время затухания тока в кольце $\tau \sim L/R$ должна быть гораздо больше периода изменения внешнего магнитного поля, поэтому $R \ll \omega L$.)

Теперь мы можем дать объяснение второму опыту. Перед включением переменного тока магнитный поток Φ был равен нулю. Согласно третьему утверждению, он будет равен нулю и после включения тока. Отсюда следует, что все время, пока по катушке идет переменный ток, Φ_1 и Φ_2 равны по величине, но противоположны по знаку. Тогда из второго утверждения получаем, что токи в этом случае антипараллельны, а значит, на кольцо в течение всего опыта действует сила отталкивания. Если амплитуда тока достаточно велика, возникающая сила отталкивания будет больше силы тяжести кольца. Однако при удалении от катушки сила отталкивания становится меньше, и на некоторой высоте она оказывается равной силе тяжести — это и есть положение равновесия кольца. Если кольцо успело развить достаточно большую скорость, оно может проскочить положение равновесия и слететь с сердечника.

Вернемся к первому опыту и объясним его с тех же позиций, что и второй. Поведение кольца при включении постоянного тока ничем не отличается от его поведения при протекании переменного тока. Поэтому рассмотрим подробно только процесс выключения тока. За время между включением тока и его выключением индукционный ток, текущий в кольце, успевает обратиться в ноль (за счет джоулевых потерь). Поэтому перед выключением тока $\Phi = \Phi_1$. При выключении тока в катушке вместе с током I_1 начинает быстро уменьшаться и поток Φ_1 . Одновременно в кольце возникает индукционный ток I_2 , а с ним и магнитный поток Φ_2 . Так как суммарный поток остается постоянным, знаки у Φ_1 и Φ_2 одинаковы. Это значит, что токи I_1 и I_2 — параллельны, следовательно, кольцо притягивается к катушке.

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

Л. Асламазов

Рассмотрим вначале движение частицы с зарядом q и массой m в однородном постоянном электрическом поле с напряженностью \vec{E} . Напряженность поля в этом случае не зависит ни от координат, ни от времени (такое поле возникает, например, в заряженном плоском конденсаторе, отсоединенном от источника). Следовательно, на заряженную частицу со стороны поля действует постоянная сила $\vec{F} = q\vec{E}$, которая сообщает частице постоянное ускорение $\vec{a} = \vec{F}/m = q\vec{E}/m$. Если частица имеет начальную скорость \vec{v}_0 , как показано на рисунке 1, то ее движение в таком поле похоже на движение тела, брошенного под углом к горизонту в

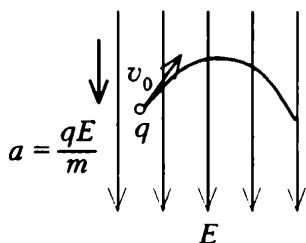


Рис. 1

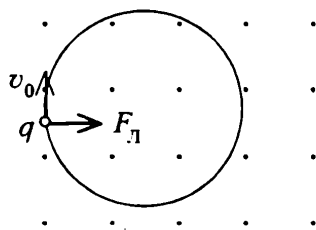


Рис. 2

однородном поле тяжести, где ускорение тела также постоянно и равно \vec{g} . Как известно, траектория движения в таком случае — парабола.

При движении заряженной частицы в однородном постоянном магнитном поле на нее действует сила Лоренца \vec{F}_L . Если начальная скорость \vec{v}_0 частицы перпендикулярна вектору магнитной индукции \vec{B} поля (рис. 2), то заряженная частица движется по окружности.

А что если поместить частицу одновременно в электрическое и магнитное поле? Рассмотрим, например, случай, когда напряженность электрического поля \vec{E} и индукция магнитного поля \vec{B} взаимно перпендикулярны, а поля однородны и постоянны (рис.3). Предположим, что в начальный момент частица находится в начале координат (положение 1) и ее начальная скорость равна нулю. Под действием электрического поля частица начнет ускоряться, т.е. приобретет скорость. Сила Лоренца, действующая со стороны магнитного поля, перпендикулярна скорости частицы и поэтому не совершает работы. Она изменяет только

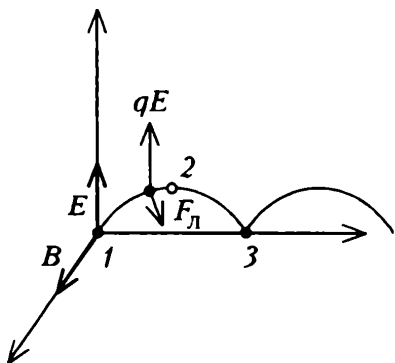


Рис.3

направление скорости (искривляет траекторию частицы), но не меняет ее модуля. В результате после некоторого момента времени (положение 2) частица начнет двигаться в обратном направлении, и электрическое поле будет тормозить ее. В положении 3 скорость частицы опять обратится в нуль, и далее цикл будет повторяться (см. рис.3).

Точный расчет (он довольно сложный и выходит за рамки школьного курса физики) показывает, что траектория частицы в этом случае такая же, как у точки колеса, катящегося с постоянной скоростью без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Эта кривая называется циклоидой. Другими словами, движение частицы можно представить как сложение двух движений — равномерного поступательного движения с постоянной скоростью \vec{v}_d (ее называют скоростью дрейфа частицы) в направлении, перпендикулярном векторам \vec{E} и \vec{B} , и вращения вокруг некоторого центра.

Как известно, для описания движения можно пользоваться любой инерциальной системой отсчета. Рассмотрим движение относительно системы отсчета, движущейся со скоростью \vec{v}_d . В этой системе заряженная частица движется по окружности. Вдумайтесь в полученный результат. Мы уже говорили о том, что заряженная частица движется по окружности, когда на нее действует только магнитное поле. Значит, в движущейся системе отсчета электрическое поле исчезает. Мы пришли к выводу, что электрическое поле (как и магнитное, кстати) относительно.

Е. Городецкий

Что мы изучаем, рассматривая колебания грузика, подвешенного на нитке или на пружинке? Два конкретных движения или нечто большее?

Оказывается, за «элементарными» движениями грузика стоит огромный, поистине неисчерпаемый мир колебаний. В природе колеблется все. Колеблются электроны внутри атома, атомы внутри молекулы, молекулы внутри кристалла. Колеблются дома, мосты и любые другие механические конструкции. Колеблется количество шук и карасей в водоемах, волков и зайцев в лесах. И так можно было бы продолжать до бесконечности.

Каждое колебание характеризуется своей частотой ω (или периодом $T = 2\pi/\omega$), и частота эта является важнейшей характеристикой колеблющейся системы. Так например, частоты колебаний атомов в кристаллах определяют физические свойства кристаллов: их теплоемкость, теплопроводность, электрическое сопротивление и т.д. Частоты колебаний механических конструкций связаны с их прочностью и устойчивостью по отношению ко всякого рода механическим воздействиям. Некоторые электрические системы (генераторы, антенны и т.п.), в сущности, специально создаются для того, чтобы получать колебания определенных, нужных нам частот. Понятно поэтому, как важно уметь находить частоты колебаний, возникающих в различных системах. Но прежде чем рассказать, как это делается, обсудим, почему колебания так распространены в природе.

Мы привыкли к тому, что мир вокруг нас довольно устойчив. Дома и мосты не разрушаются, корабли не переворачиваются, волки и зайцы устойчиво сосуществуют друг с другом. Кажется вполне очевидным, что тело, лежащее на дне ямы, самопроизвольно никогда не «выползет» из нее, в то время как лежащее на вершине горки тело вполне может взять да и скатиться вниз. Так

вот, в определенном смысле и дом, и мост, и корабль на воде чрезвычайно похожи на лежащее на дне ямы тело. Похожи тем, что все они находятся в положении устойчивого равновесия.

Оказывается, устойчивость равновесия и колебания тесно связаны друг с другом. Всякий раз, когда в физике заходит речь о поведении или свойствах системы вблизи ее положения равновесия, возникает задача о колебаниях, или, как ее часто называют, задача об осцилляторе (от латинского *oscillo* — качаюсь). К осциллятору сводится большое число проблем современной физической науки.

Устойчивое равновесие характеризуется тем, что потенциальная энергия системы в этом положении минимальна. Именно благодаря этому и возникают колебания. Действительно, выводя систему из положения равновесия, мы тем самым увеличиваем ее потенциальную энергию. В системе при этом возникают силы, стремящиеся вернуть ее обратно (уменьшить потенциальную энергию). Если предоставить такую систему самой себе, то она начнет «разгоняться», «скатываясь» к своему положению равновесия (как шарик в ямке). Избыточная потенциальная энергия переходит в энергию, связанную с движением, т.е. в кинетическую. При прохождении положения равновесия «скорость» системы максимальна (вся потенциальная энергия перешла в кинетическую), и система проскакивает это положение. В дальнейшем скорость начинает уменьшаться, кинетическая энергия вновь переходит в потенциальную и т.д. Возникают колебания.

Мы не случайно слова «разгоняться» и «скорость» поставили в кавычки. Дело в том, что величина $v = \Delta x / \Delta t$ (Δx — «смещение» тела из положения равновесия), которая играет роль скорости, иногда совпадает с настоящей скоростью, а иногда нет (чуть ниже мы поясним это на примерах). Но в любом случае кинетическая энергия пропорциональна квадрату этой величины:

$$W_k \sim \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2.$$

Так как для движущегося тела $W_k = mv^2/2$, то и в более общем случае кинетическую энергию принято записывать в виде

$$W_k = \frac{m}{2} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2.$$

Величина m здесь часто совпадает с массой, но в принципе может и отличаться от нее.

Потенциальная энергия произвольной системы вблизи положения устойчивого равновесия может быть записана в виде

$$W_p = \frac{k}{2} \Delta x^2.$$

Множитель $1/2$ здесь введен просто для удобства (для симметрии с выражением $W_k = mv^2/2$), коэффициент k в каждом конкретном случае свой, а величина Δx , как уже говорилось, — малое «смещение» тела из положения равновесия.

При описании любого физического явления энергия играет, пожалуй, самую фундаментальную роль. Хотя бы потому, что закон ее сохранения сильно ограничивает возможные типы движения. Чрезвычайно важна она и в нашем случае. Сделаем некоторое общее утверждение:

Если полная энергия системы, равная сумме потенциальной и кинетической энергий, в произвольный момент времени записывается в виде

$$W = \frac{k\Delta x^2}{2} + \frac{m}{2} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2,$$

то это означает, во-первых, что система колеблется и, во-вторых, что квадрат частоты колебаний равен отношению коэффициентов, определяющих потенциальную и кинетическую энергии, т.е. $\omega^2 = k/m$.

Вот мы и сформулировали основное правило нахождения частот колебаний. Проиллюстрируем сказанное на примерах.

Пример первый (совсем простой) — тело на пружине (рис.1). Роль потенциальной энергии в этом случае играет энергия упругой деформации (k — жесткость пружины). Из общего утверждения получаем

$$W = \frac{k}{2} \Delta x^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2, \quad \omega^2 = \frac{k}{m}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Аналогично находятся частоты любых упругих колебаний: молекул в кристалле, Останкинской телебашни или моста через залив в Сан-Франциско и т.п.

Пример второй (чуть сложнее) — математический маятник (рис.2). При записи потенциальной энергии материальной точки в поле тяготения надо учесть, что в выражении $W_p = mgh$ величина h равна $\Delta x^2/(2l)$ (это следует из подобия треугольников ABD и ABC). Тогда из

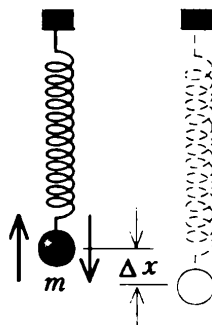


Рис. 1

общего утверждения следует

$$W = \frac{mg}{2l} \Delta x^2 + \frac{m}{2} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2, \quad \omega^2 = \frac{g}{l}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Аналогично находятся частоты колебаний шарика в ямке, корабля на воде и т.д.

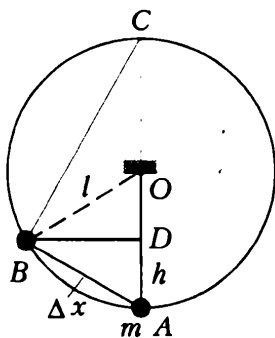


Рис.2

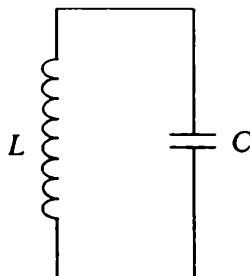


Рис.3

Пример третий (электрический) — колебательный контур (рис.3). В равновесии ни заряда на конденсаторе (C), ни тока через катушку (L) нет. При отклонении от равновесия на конденсаторе появляется заряд ΔQ , а через катушку течет ток $I = \Delta Q / \Delta t$. Роль потенциальной энергии играет энергия заряженного конденсатора: $W_p = (\Delta Q)^2 / (2C)$ (ведь именно она связана с взаимным расположением зарядов). Роль кинетической энергии берет на себя энергия, запасенная в катушке: $W_k = LI^2 / 2 = (L/2)(\Delta Q / \Delta t)^2$ (она связана с током, т.е. с движением зарядом; $I = \Delta Q / \Delta t$ играет роль скорости). Итак,

$$W = \frac{1}{2C} (\Delta Q)^2 + \frac{L}{2} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t} \right)^2, \quad \omega^2 = \frac{1}{LC}, \quad T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

Определение частот колебаний по виду энергии оказывается удобным и в любом другом случае.

В заключение хочется сказать, что колебания не есть один из типов движения в ряду многих других, а представляют собой фундаментальное явление, элемент того таинственного «алфавита», с помощью которого природа создает все, что нас окружает.

А. Зильберман

Прежде чем излучать радиоволны — электромагнитные колебания определенной частоты, нужно эти колебания получить. Это можно сделать при помощи генератора незатухающих колебаний. А вот как добиться того, чтобы о наличии колебаний можно было узнать вдали от генератора, — это и есть тема статьи.

Сформулируем задачу конкретнее: что нужно подключить к выходу генератора незатухающих колебаний, чтобы от него побежала электромагнитная волна? Вопрос этот не простой, зато можно легко догадаться, какие элементы на роль излучающей антенны явно не подходят. Вот например, резистор. Если мы подключим его к выходу генератора, то вся энергия, которую он от генератора получит, полностью перейдет в тепло. Не подходит на роль антенны и конденсатор — средняя мощность, которую он получает от генератора, в точности равна нулю (сдвиг фаз между напряжением и током равен четверти периода). Значит, ему просто нечего излучать — ведь при излучении электромагнитных волн энергия должна передаваться от источника по всем направлениям. То же самое справедливо и для катушки индуктивности.

Таким образом, для того чтобы мощность отнималась от генератора, нужно изменить сдвиг фаз между током и напряжением — он не должен составлять четверть периода. Этого можно добиться, например, соединив последовательно конденсатор и резистор. Однако ничего полезного для нас при этом не произойдет: теперь цепь нагрузки (конденсатор и резистор) отнимает от генератора энергию, но вся эта энергия полностью переходит в тепло. Попробуйте в этом убедиться самостоятельно — для такой простой цепи это не вызовет трудностей. Оказывается, и для произвольных *LCR*-цепей (например, как на рисунке 1) выполняется это правило: вся мощность, которую цепь получает от источника, переходит в тепло. При этом зависимость мгновенной

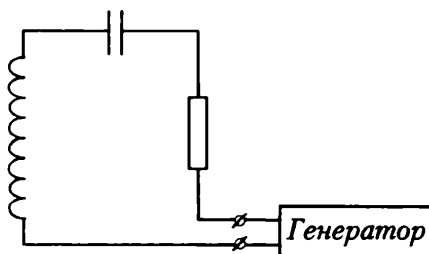


Рис. 1

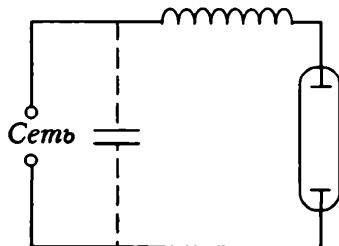


Рис. 2

мощности от времени имеет вид

$$p = u(t)i(t) = U_0 \cos \omega t \cdot I_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

где φ — сдвиг фаз между током и напряжением. После простых тригонометрических преобразований легко найти среднюю мощность, потребляемую от источника за период (а значит, и за большой промежуток времени):

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi = UI \cos \varphi.$$

Это и есть в точности мощность, переходящая в тепло.

Заметим, кстати, что максимальное значение мгновенной мощности больше значения $P_{\text{ср}}$, причем при сдвигах фаз, близких к 90° , — во много раз. Это означает, что источник должен быть в состоянии развивать мгновенную мощность существенно более высокую, чем та, которую в среднем от него отнимают. Такое положение возникает часто в практической электротехнике — при подключении ламп дневного света, электродвигателей и т.п. С лампами дневного света это происходит потому, что ток через лампу задается последовательным подключением катушки индуктивности и сдвиг фаз получается близким к 90° (рис. 2). Излишняя нагрузка для электросети крайне нежелательна, так как приводит к дополнительным потерям в виде тепла. Положение можно поправить, подключив параллельно конденсатор подходящей емкости (тут нужна настройка в резонанс!). При этом катушка и конденсатор обмениваются между собой энергией во время всего периода — «лишняя» энергия перекачивается между ними, а сеть — источник поступающей в нагрузку энергии — отдает только то количество энергии, которое переходит в тепло.

Итак, цепи такого рода (*LCR*-цепи) не годятся на роль антенны. Проблема состоит в том, чтобы сделать сдвиг фаз между током и напряжением в цепи отличным от 90° , но не за счет выделения тепла, т.е. без резисторов. Оказывается, если разме-

ры компонентов цепи нагрузки малы по сравнению с длиной волны, ничего нельзя сделать. А вот при больших размерах элементов нагрузки дополнительный сдвиг фаз можно получить за счет запаздывания распространения волны.

Пусть в качестве нагрузки использован конденсатор, сопротивление которого (для переменного тока заданной частоты) оптимально для данного генератора. Теперь начнем увеличивать запаздывание, изменяя габариты конденсатора. Но нельзя просто увеличить размеры пластин конденсатора — емкость станет больше. Для сохранения емкости придется увеличить и расстояние между пластинами. Строго говоря, конденсатор больших размеров — это уже не конденсатор. Сдвиг фаз теперь соответствует другой цепи, и от генератора потребуется мощность, хотя резисторов тут нет и тепло не выделяется. Следовательно, энергия от генератора должна куда-то уходить, а именно — излучаться в пространство.

Для получения наибольшей излучаемой мощности нужно довести размеры и конфигурацию антенны до оптимума. Если такая антенна состоит, например, из двух стержней — длинных и тонких, то оптимальная длина каждого из них должна быть равна четверти длины волны, стержни нужно направить вдоль одной прямой, а выводы генератора незатухающих колебаний подключить так, как показано на рисунке 3. Такие антенны часто применяют в качестве приемных для телевизоров. В сущности приемные и передающие антенны не отличаются друг от друга (только для очень мощных передатчиков нужно делать специальные передающие антенны, с учетом высоких напряжений и больших токов, подаваемых на антенну для передачи).

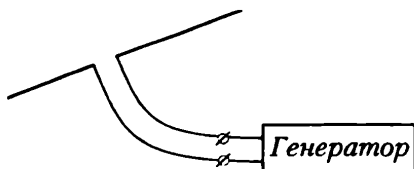


Рис.3

Если размеры антенны выбраны правильно, то не создается «лишней» нагрузки для генератора радиопередатчика и отнимаемая от него энергия излучается в пространство. Однако эти пожелания легко удовлетворить только для стационарных радиопередатчиков и не очень низких частот передачи (для которых не слишком велика длина волны). Для переносных радиостанций это не всегда возможно — антенна получается намного короче, чем нужно для оптимального согласования с генератором. В таком случае можно «облегчить участь» генератора, подключив последовательно с антенной катушку индуктивности

(ее так и называют удлинительной) — емкостное сопротивление короткого антенного провода будет скомпенсировано индуктивным сопротивлением катушки.

Антенна может состоять и из нескольких проводников — выбирая длину и положение этих проводников и подавая в них токи от генератора в нужных фазах, можно добиться того, чтобы излучение происходило преимущественно в данном направлении («направленная» антенна). Это — пример использования интерференции в технических целях. Кстати, вовсе не обязательно подключать все проводники к генератору — вполне достаточным для наших целей может оказаться тот ток, который возникает в проводнике из-за того, что он находится в электромагнитном поле основной антенны.

Все это относится и к приемной антенне, которая чаще всего включает основной проводник — «вибратор» (происхождение этого термина должно быть ясным) и несколько дополнительных, ни к чему не подключенных проводников строго определенных размеров и местоположения (их называют «директор» и «рефлектор», от их числа и точности подбора зависит направленность антенны).

Оказывается, можно подобрать конфигурацию сложной антенны так, чтобы она работала удовлетворительно не только на строго определенной частоте, но и в целом диапазоне частот. Это совершенно необходимо, например, для приема телевидения — ведь не очень удобно иметь для каждого канала свою антенну. Однако, если частоты каналов сильно разнесены или антенна находится очень далеко от телецентра, приходится использовать несколько отдельных хорошо настроенных антенн.

Основу геометрической оптики, которая оперирует понятием «световой луч», составляют три закона — прямолинейного распространения, отражения и преломления света. В давние времена, когда были сформулированы эти законы, вопрос о природе света еще не стоял, и за понятием «луч» не скрывалось ничего физически реального.

В начале XIX века было выяснено, что свет — это волна. Луч света стал просто прямой, перпендикулярной волновой поверхности и указывающей направление распространения световой волны. На основе волновых представлений можно легко получить законы отражения и преломления света. Однако в конце XIX — начале XX веков стало ясно, что свет обладает не только волновыми, но и корпускулярными свойствами тоже. С точки зрения корпускулярной (квантовой) природы свет представляет собой поток элементарных световых частиц — фотонов. В однородной среде луч можно считать траекторией движения фотонов.

Но интересно, что задолго до этого был сформулирован удивительный принцип, из которого прямо следуют все основные законы распространения света. Принцип этот, найденный французским математиком П. Ферма около 1660 года, гласит: *из всех возможных путей между двумя точками свет проходит по тому, по которому время прохождения наименьшее*. Из принципа Ферма (так его обычно называют) непосредственно следует, что в однородной среде (в такой среде скорость света всюду одинакова) свет должен распространяться прямолинейно: прямая — кратчайшее расстояние между двумя точками, следовательно, и время распространения — наименьшее. Мало того, законы отражения и преломления света — тоже прямые следствия принципа Ферма. Покажем это.

Закон отражения света. Пусть MM — плоское зеркало, и в точке A находится источник света. Нас интересует, по какому пути свет, отразившись от зеркала, приходит из точки A в точку B (рис. 1). На рисунке показаны некоторые из возможных путей — $AA'B$, ACB , $AB'B$. Таких «маршрутов» для света можно изобразить бесчисленное множество. Они различны по длине, так что на их прохождение требуется различное время. Оно зависит от того, в какую точку зеркала упадет луч и, отразившись, направится в B .

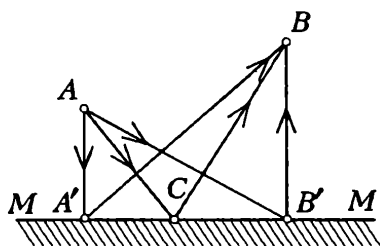


Рис. 1

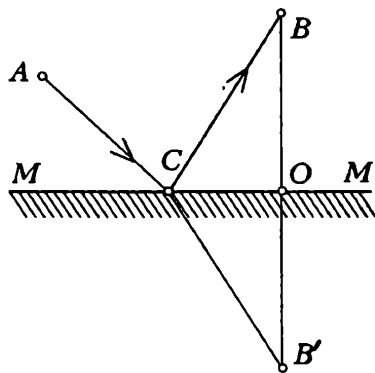


Рис. 2

Из простых геометрических соображений легко выяснить, куда именно должен упасть луч, чтобы время его прохождения по «маршруту» точка A — зеркало — точка B было наименьшим. На рисунке 2 представлен один из возможных путей — ACB . Опустим из точки B перпендикуляр на зеркало MM и продолжим его по другую сторону зеркала до точки B' , отстоящей от зеркала на расстояние $OB' = OB$. Проведем линию CB' . Получившиеся треугольники COB и COB' равны друг другу, так как они прямоугольные, сторона OC у них общая и $OB = OB'$. Следовательно, $CB = CB'$,

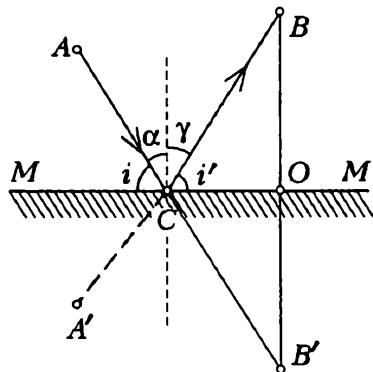


Рис. 3

откуда следует, что длина пути луча ACB равна сумме длин от A до точки C падения луча на зеркало и от этой точки до точки B . Ясно, что эта сумма будет наименьшей, если точка C будет лежать на прямой, соединяющей точки A и B' (рис. 3). Тогда и сумма длин AC и CB , т.е. длина всего пути света, будет наименьшей. Наименьшим будет и время прохождения светом этого пути.

Из рисунка 3 видно, что $\angle BCO = \angle B'CO$, поскольку треугольник BCB' равнобедренный и CO — биссектриса угла при вершине, а $\angle B'CO = \angle ACM$ как вертикальные. Это значит, что углы наклона падающего и отраженного лучей к зеркалу равны друг другу — в этом и состоит закон отражения света. Принято, однако, отсчитывать углы не от плоскости зеркала, а от нормали к ней в точке падения. Но ясно, что если равны углы i и i' , то равны и углы α и γ . Закон отражения обычно записывается в виде

$$\alpha = \gamma.$$

Закон этот, как мы видим, — следствие того, что свет как бы «выбирает» путь, который проходится за наименьшее время. Нетрудно видеть, что из принципа Ферма следует и утверждение, что луч падающий, луч отраженный и нормаль к зеркалу в точке падения лежат в одной плоскости. Если бы это было не так, то путь был бы длиннее и требовал бы большего времени.

Отметим еще одну важную особенность, связанную с отражением света от зеркала. Если в точке A (см. рис.3) находится источник света, а в точке B — глаз, то глаз воспринимает свет так, как будто бы источник света находится не в A , а в A' , а зеркала вовсе нет. Если зеркало убрать, а источник перенести из A в A' , то глаз не заметит такой замены.

Закон преломления света. Пусть свет переходит из одной среды (среда I на рисунке 4) в другую (среда II) через границу раздела между ними. Различие сред состоит в том, что в них различны скорости распространения света. Мы рассмотрим случай, когда среда I — это вакуум, в котором скорость света равна c , а вторая среда — какое-то прозрачное вещество (например, стекло, вода и т.д.), в котором скорость света v меньше, чем c , т.е. $v < c$.

Между точками A в среде I и B в среде II также мыслимы бесчисленное множество путей, но, согласно принципу Ферма, свет «выбирает» тот из них, для прохождения которого нужно наименьшее время. Ясно, например, что путь $AA'B$ не есть такой путь, потому что здесь свет проходит короткое (кратчайшее) расстояние в среде с большой скоростью и большое расстояние в среде с малой скоростью.

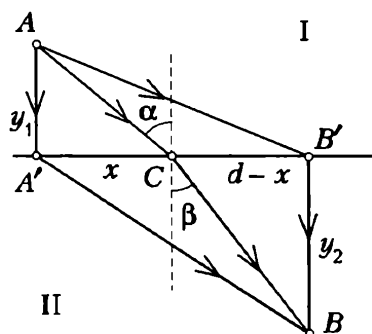


Рис.4

Быть может, выгоднее путь $AB'B$? В этом случае свет в среде с малой скоростью проходит минимальную часть пути, а наибольшая часть приходится на среду с большой скоростью. Но является ли именно этот путь самым выгодным в смысле экономии времени? Может быть, выгоднее несколько удлинить путь в среде II с тем, чтобы сократить путь в среде I? Словом, нужно найти, в какой точке свету (лучу) нужно пересечь границу раздела двух сред, чтобы время прохождения от A к B было наименьшим. Ясно, что эта точка лежит где-то между A' и B' (включая, возможно, и самую точку B').

Обозначим расстояние между A' и B' через d . Если нужная нам точка C пересечения границы раздела находится на расстоянии x от A' , то от B' она отстоит на расстояние $d - x$ (см. рис.4). Путь AC , проходимый светом в среде I, равен $\sqrt{y_1^2 + x^2}$, а время прохождения этого пути составляет

$$t_1 = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2}}{c}.$$

Путь CB , проходимый светом в среде II, равен $\sqrt{y_2^2 + (d - x)^2}$, а время, нужное для прохождения этого пути, есть

$$t_2 = \frac{\sqrt{y_2^2 + (d - x)^2}}{v}.$$

Общее время t определяется равенством

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2}}{c} + \frac{\sqrt{y_2^2 + (d - x)^2}}{v}. \quad (1)$$

Время t зависит только от x — горизонтальной координаты точки падения луча, так как величины y_1 , y_2 , c , v и d — постоянные, т.е. одинаковые при всех значениях x . Вот нам и нужно найти, при каком значении x время t будет наименьшим.

Воспользуемся тем, что при том значении x , при котором t минимально, производная функции, стоящей в правой части уравнения (1), равна нулю. Это приводит нас к такому условию для x :

$$\frac{x}{c\sqrt{y_1^2 + x^2}} = \frac{d - x}{v\sqrt{y_2^2 + (d - x)^2}}. \quad (2)$$

Из рисунка 4 видно, что

$$\frac{x}{\sqrt{y_1^2 + x^2}} = \sin \alpha, \quad \frac{d - x}{\sqrt{y_2^2 + (d - x)^2}} = \sin \beta,$$

где α — угол между падающим лучом и нормалью к границе раздела в точке падения (угол падения) и β — угол между этой нормалью и преломленным лучом (угол преломления). Тогда условие (2) принимает вид

$$\frac{\sin \alpha}{c} = \frac{\sin \beta}{v}, \text{ или } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}.$$

В этом и заключается закон преломления для нашего случая: отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению скоростей распространения света в вакууме и в среде, которая с ним граничит. Отношение c/v — величина постоянная, характерная для данной среды. Она называется показателем преломления вещества и обозначается буквой n , так что

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

В общем случае, когда свет переходит из произвольной среды, в которой скорость света равна v_1 , в среду со скоростью света в ней v_2 , закон преломления имеет вид

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21},$$

где n_{21} — относительный показатель преломления сред I и II.

Заметим, что производная функции $t = t(x)$ равна нулю еще в двух случаях — когда функция проходит через максимум и когда вовсе не зависит от x (т.е. функция стационарна). Здесь нас интересовал только случай минимума. Однако действительный путь света может быть и минимальным, и максимальным, и стационарным (равным всем остальным возможным путям). Стационарный и максимальный пути наблюдаются, например, при отражении света от изогнутых поверхностей. Таким образом, принципу Ферма можно дать более общую формулировку, чем это было сделано самим Ферма.

Принцип Ферма справедлив, конечно, не только для тех простейших примеров отражения и преломления света, которые мы здесь рассмотрели. С помощью этого принципа можно понять и точно рассчитать ход лучей и в призме, и в линзе, и в любой самой сложной системе призм, линз, зеркал.

Безусловно, вы знаете, как можно графически решать различные задачи геометрической оптики. Например, чтобы найти положение изображения точечного источника света в тонкой линзе, достаточно построить ход двух произвольных лучей, вышедших из источника и прошедших через линзу. В этой статье будет рассказано еще об одном, несколько необычном, графическом способе решения подобных задач. При этом на рисунках вы не увидите ни световых лучей, ни оптических осей линзы, ни даже самой линзы. О каких же тогда графиках пойдет речь?

В математике существует специальный раздел, называемый номографией (от греческих слов *nómos* — закон и *gráphō* — пишу), в котором изучаются методы построения особых чертежей — номограмм. С их помощью можно, например, не производя вычислений, получать приближенные решения уравнений или находить приближенные значения интересующих нас функций. Воспользуемся и мы такой возможностью.

Пусть светящийся предмет находится на расстоянии d от линзы с фокусным расстоянием F , а его изображение — на расстоянии f от нее. Эти три величины связаны простым соотношением — формулой тонкой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Заметим, что каждое слагаемое, входящее в формулу, может быть как положительным, так и отрицательным. Если предмет, или его изображение, или фокус линзы действительные, величины d , или f , или F берутся со знаком «плюс», в случае же если предмет, или изображение, или фокус линзы мнимые, соответствующие величины берутся со знаком «минус». Построим номограмму для формулы линзы и покажем, как с ее помощью можно решать конкретные задачи.

Изобразим на плоскости прямоугольную систему координат XOY (рис.1). По горизонтальной оси отложим отрезок OA длиной d , а по вертикальной оси — отрезок OB длиной f . Пока для определенности d и f будем считать положительными. Соединим точки A и B отрезком прямой, проведем биссектрису прямого угла AOB и найдем точку K ее пересечения с AB . Из точки K опустим на оси координат перпендикуляры и обозначим длину полученных равных отрезков KM и KN через F . Из подобия треугольников AOB и AMK следует

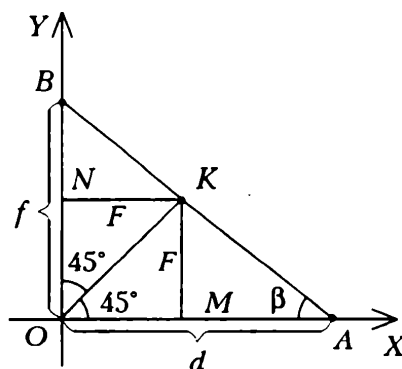


Рис.1

$$\frac{OB}{OA} = \frac{KM}{MA}, \text{ или } \frac{f}{d} = \frac{F}{d-F},$$

откуда легко получается знакомая нам формула линзы.

Таким образом, мы получили, что длины d , f и F построенных на чертеже отрезков связаны между собой уравнением тонкой линзы (вот почему при построении мы использовали именно такие обозначения длин отрезков). А это, в свою очередь, означает, что мы умеем строить номограмму для формулы линзы. Действительно, если по горизонтальной оси прямоугольной системы координат откладывать расстояния d от предмета до линзы, а по вертикальной оси — расстояния f от линзы до изображения, то все прямые, соединяющие концы соответствующих отрезков, пересекаются в одной точке (рис.2). Проекция этой точки на оси координат одинаковы и равны фокусному расстоянию F данной линзы.

Поскольку для определения прямой на плоскости достаточно знать всего две принадлежащие ей точки, с помощью построенной номограммы по известным двум из трех величин d , f и F всегда можно графически определить недостающую третью. Так например, при построении, приведенном на рисунке 1, мы фактически определили фокусное расстояние линзы (F) по известным расстояниям от линзы до предмета (d) и от линзы до изображения (f).

Легко убедиться в том, что предложенный способ годится не только для собирающих линз, но и для рассеивающих, а также для любых расположений предмета и изображения относительно линзы. Если, например, предмет или изображение мнимые, то

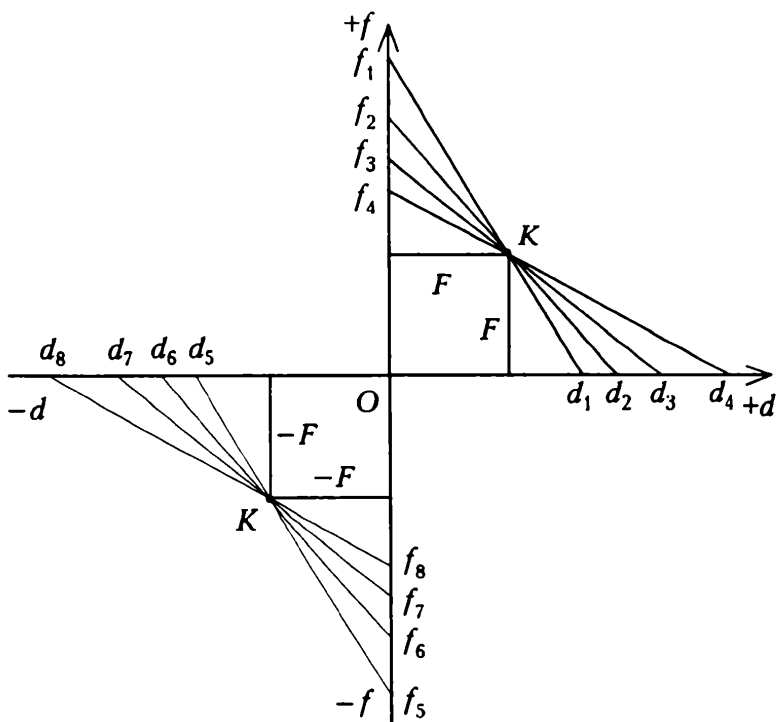


Рис.2

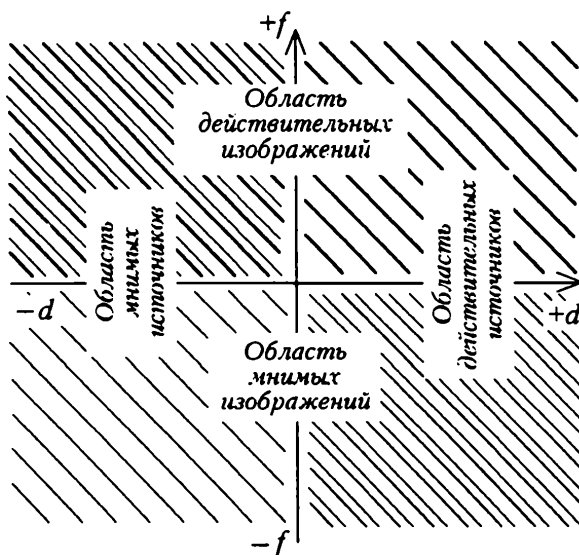


Рис.3

соответствующие значения d или f являются отрицательными и, следовательно, их надо откладывать в отрицательном направлении от начала координат (влево или вниз). Может случиться, что точка K пересечения всех отрезков, соответствующая фокусу линзы, будет иметь отрицательные проекции. Это будет означать, что фокус линзы мнимый, т.е. что линза рассеивающая. Области расположения действительных и мнимых предметов и изображений показаны на рисунке 3.

Номограммы можно использовать и для определения линейного увеличения предмета, даваемого линзой, т.е. отношения линейного размера H изображения к линейному размеру h предмета: $\Gamma = H/h$. Из рисунка 1 видно, что

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d} = \operatorname{tg} \beta.$$

Таким образом, изображение может быть увеличенным, уменьшенным или такого же размера, как и сам предмет.

Можно решить и обратную задачу — по заданному увеличению и известному фокусному расстоянию линзы определить расстояния d и f . Для этого достаточно построить знакомую нам точку K и провести через нее прямую, наклоненную к горизонтальной оси под углом β . Точки пересечения этой прямой с осями координат и дадут нам искомые значения d и f .

А.Варламов

Природа наделила человека бесценным даром зрения, позволяющим ему видеть окружающий мир по всем цветам радуги. И все же надо признать, что возможности нашего зрения ограничены. Во-первых, мы не можем как следует рассмотреть очень мелкие или очень далекие предметы. Во-вторых, длины волн видимого невооруженным глазом света заключены в интервале приблизительно от 0,4 до 0,8 мкм, что составляет ничтожно малую часть диапазона длин существующих в природе электромагнитных волн.

К некоторым животным природа оказалась более щедрой, чем к человеку, к другим — более скупой. Так, орел, паря на огромной высоте, замечает пробирающуюся по земле мышь, сова прекрасно видит в темноте, а крот почти ничего не видит ни ночью, ни днем.

По мере развития науки и техники человек стал «вооружать» свое зрение. Сначала он «обострил» его в области видимого света. Уже в XVII веке были созданы микроскоп и телескоп, позволившие открыть микроорганизмы и обнаружить горы на Луне. XX век ознаменовался бурным развитием новой — квантовой — физики, открывшей качественно новые возможности. Например, использование фотоэффекта позволило расширить диапазон длин волн, которые может «увидеть» человеческий глаз. Расскажем об этом немного подробнее.

В 30-е годы группа голландских физиков во главе с В.Хольстом занималась проблемой улучшения качества фотографического изображения, получаемого в условиях слабой освещенности. Идея предложенного ими метода была довольно простой. Обычная фотопленка воспринимает видимый свет, отраженный фотографируемым предметом. Однако и сам предмет всегда (при температурах, отличных от абсолютного нуля) служит источником так называемого теплового излучения, которое по своей

природе тоже электромагнитное. Оказывается, что длина волны, которой соответствует максимум в распределении энергии этого излучения по длинам волн, зависит от температуры (см. рисунок 1, где по оси абсцисс отложена длина волны, а по оси ординат — энергия излучения, приходящаяся на единичный интервал длин волн). При очень высоких температурах тела испускают в основном видимый свет. При комнатных же температурах, когда обычно и производится фотографирование, максимум в излучении приходится на невидимую инфракрасную область. Если бы удалось найти способ преобразовать это невидимое инфракрасное излучение в более коротковолновое, к которому чувствительна фотопленка, то можно было бы фотографировать при слабой освещенности или даже в темноте.

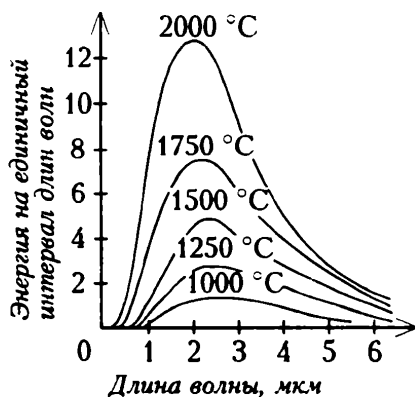


Рис. 1

Такой преобразователь был создан и получил название электронно-оптического преобразователя. Его основным элементом служит фотокатод — тонкая прозрачная пленка, изготовленная из материала, содержащего атомы щелочных металлов — цезия, рубидия или калия. Красная граница фотоэффекта λ_{\max} для таких материалов находится в инфракрасной области, поэтому при падении на пленку инфракрасных лучей с длинами волн $\lambda < \lambda_{\max}$ свет вырывает из нее электроны. Для восполнения вылетевших при фотоэффекте электронов на пленку напыляется слой металла, настолько тонкий, что пленка остается прозрачной.

Принципиальная схема преобразователя показана на рисунке 2. Изображение предмета 1, освещаемого инфракрасным светом, с помощью объектива 2 формируется на фотокатоде 3 в

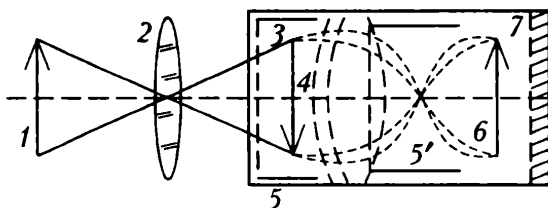


Рис. 2

виде светового изображения 4. Как уже говорилось, тонкий слой металла не является препятствием для лучей, и в тех местах фотокатода, куда попало изображение предмета, с противоположной стороны пленки появляются фотоэмиссионные электроны. На некотором расстоянии за катодом расположен анод 7, поверхность которого покрыта слоем люминесцирующего материала (эта часть прибора напоминает собой обычную телевизионную трубку). Между анодом и катодом создается высокая разность потенциалов (порядка десятков тысяч вольт), которая ускоряет фотоэлектроны, а фокусирующие электроды 5 и 5' не дают им разбежаться. Таким образом возникает пучок электронов, летящих от катода к аноду, причем при соблюдении определенных условий распределение этих электронов по поверхности анода — электронное изображение 6 — повторяет форму фотографируемого предмета. Попадая на анод, электроны вызывают его свечение. При этом если фотокатод чувствителен к красному и инфракрасному свету, то люминесцирующий анод излучает голубые, фиолетовые и даже ультрафиолетовые лучи. Другими словами, при проецировании на фотокатод невидимого инфракрасного изображения на аноде наблюдается видимое изображение.

Мы изложили здесь лишь принципиальную схему работы электронно-оптического преобразователя, созданного Хольстом с группой сотрудников в 1933 году. В их опытах была доказана возможность преобразования длинноволнового невидимого излучения в коротковолновое видимое излучение с помощью фотоэлектрического эффекта. За прошедшие годы фотоэлектронная техника ушла далеко вперед. В настоящее время она применяется не только в фотографии, но и в научных исследованиях, военном деле, технике, космонавтике.

А. Кикоин

Как вы знаете, каждый электрический заряд (заряженное тело, заряженная частица) окружен электрическим полем. Если в этом поле находится другой заряд, на него действует электрическая сила. Вокруг всякого движущегося электрического заряда существует, кроме того, магнитное поле. Оно действует на любой другой движущийся заряд (например, на проводник с током) магнитной силой.

Мы не можем ответить на вопрос, почему между зарядами действуют электрические силы притяжения и отталкивания, хотя физика и стремится выяснить не только как происходит то или иное явление, но и почему оно происходит и почему оно происходит так, а не иначе. На поставленный же вопрос можно, пожалуй, дать только такой ответ: так устроен мир!

Уместно, конечно, спросить: а почему электрический заряд, стоит только ему начать двигаться, тут же «обзаводится» еще одним силовым полем — магнитным? Вот на это «почему» можно, оказывается, дать ответ, что мы и попытаемся сделать.

Если для возникновения магнитного поля нужно, чтобы электрический заряд двигался, то важную роль здесь должна играть скорость его движения. А она, скорость, различна относительно разных систем отсчета. Но может ли физическое явление (в нашем случае существование магнитного поля и его действие на движущиеся в нем заряды) зависеть от того, какую систему отсчета выбрал наблюдатель? Ясно, что не может.

О принципе относительности. В XVII веке Г. Галилей сформулировал принцип, согласно которому законы механики одинаковы для всех инерциальных систем отсчета. В этом состоит принцип относительности Галилея. В начале XX века А. Эйнштейн предложил новую, обобщенную формулировку этого принципа: не только законы механики, но и все законы природы, в том числе и законы электродинамики, одинаковы относительно лю-

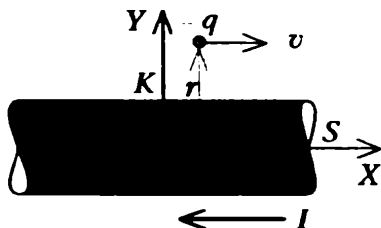


Рис. 1

бых инерциальных систем отсчета. Это — один из постулатов так называемой специальной теории относительности, или, как ее еще называют, релятивистской теории. Она-то и позволит нам понять, откуда берется магнетизм.

Представим себе, что параллельно металлической проволоке, по которой течет постоянный электрический ток I , движется со скоростью v некоторый отрицательный заряд q (рис.1). Для простоты рассуждений примем, что скорости заряда и электронов в проводнике с током одинаковы и по модулю, и по направлению ($v_- = v$). Понятно, что речь идет о скоростях относительно системы отсчета, связанной с проволокой (как это и показано на рисунке 1). Обозначим эту систему отсчета K .

Электрическая сила на заряд q не действует, потому что проволока с током электрически нейтральна. Ведь в проволоке помимо движущихся отрицательно заряженных электронов есть и положительно заряженные ионы, образующие кристаллическую решетку, так что заряды ионов и электронов компенсируют друг друга. Относительно системы K ионы можно считать покоящимися ($v_+ = 0$).

Но на заряд q действует магнитная сила \vec{F}_m , модуль которой определяется формулой Лоренца и в нашем случае равен

$$F_m = qvB,$$

где B — магнитная индукция поля в том месте, где находится заряд q . Эта сила перпендикулярна векторам \vec{B} и \vec{v} , причем по правилу левой руки легко установить, что направлена она в сторону проволоки. В нашем случае достаточно очевидно, что величина магнитной индукции пропорциональна току I в проводнике и обратно пропорциональна расстоянию r от проводника до заряда:

$$B \sim \frac{I}{r}.$$

Сила тока, в свою очередь, пропорциональна концентрации n и скорости свободных носителей заряда, т.е. скорости электронов v : $B \sim nv$.

Таким образом, магнитная сила

$$F_m \sim \frac{qnv^2}{r}.$$

А теперь рассмотрим то же явление, выбрав другую систему отсчета. Свяжем систему координат не с проволокой, а с зарядом q , и обозначим ее K' (рис.2). Относительно этой системы заряд q покоится, покоятся и электроны в проводнике ($v_- = 0$). Зато движется, причем со скоростью, равной v , но направленной влево, вся проволока, а значит, и положительные ионы ($v_+ = -v$).

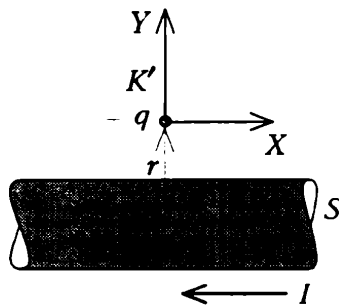


Рис.2

Поскольку относительно нашей новой системы отсчета K' заряд q покоится, магнитная сила на него действовать не может. Что же случилось с силой \vec{F}_m , которая действовала на заряд, когда мы пользовались системой отсчета K ? Могла ли исчезнуть сила только из-за того, что мы перешли к другой системе отсчета? Конечно, нет. Значит, сила, заставляющая заряд q приближаться к проволоке, должна все-таки существовать. И она, разумеется, существует. Но что это за сила? За ответом на этот вопрос обратимся к одному из результатов специальной теории относительности.

Удивительное свойство пространства, открытое Эйнштейном. До того как появилась теория относительности, считалось очевидным, что расстояние между двумя точками в пространстве (например, длина тела) величина вполне определенная. В том смысле определенная, что оно, это расстояние, не может измениться при переходе от одной системы отсчета к другой. Это казалось настолько очевидным, что никому и в голову не приходило усомниться в этом. Эйнштейн был первым, кто подверг сомнению это никем и никогда не доказанное утверждение.

Оказалось, что в действительности длина тела в направлении его движения (но не в направлении, перпендикулярном ему) может быть... любой — от некоторой максимальной до нулевой. Длина тела максимальна, когда оно покоится относительно выбранной системы отсчета; обозначим эту длину l_0 . Если же тело движется со скоростью v , то длина l тела уже другая, меньшая. И связаны l и l_0 таким соотношением:

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2},$$

где c — константа, равная скорости света, одна из так называемых мировых констант. Заметим, кстати, что второй постулат

теории относительности состоит в том, что скорость света одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Следует также добавить, что скорость c — предельная для любого тела: нет такой системы отсчета, относительно которой какое-либо тело могло бы двигаться не только со скоростью, превышающей c , но даже и равной ей. Отношение v/c (и, конечно, v^2/c^2) всегда меньше единицы.

Уравнение для l показывает, что тело, движущееся относительно некоторой системы отсчета, короче того же тела, когда оно покоится относительно нее. Вот это-то обстоятельство и позволяет понять, что за сила действует на заряд q в системе отсчета K' .

Два облика одного явления. При переходе из системы отсчета K в систему K' длина проволоки оказывается меньшей, но неизменной остается площадь ее поперечного сечения S . Поэтому уменьшается объем проволоки, равный lS , и стало быть, увеличивается концентрация частиц, т.е. положительных ионов, в проволоке. Если концентрацию ионов в системе отсчета K обозначить n_+ , а в системе K' — n'_+ , то связь между ними выразится формулой

$$n'_+ = \frac{n_+}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Но в нашей проволоке есть и отрицательно заряженные частицы — электроны. Обозначим их концентрации соответственно n_- и n'_- . В системе отсчета K' электроны покоятся, а в системе K движутся со скоростью v , поэтому можно записать

$$n_- = \frac{n'_-}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

откуда

$$n'_- = n_- \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Итак, мы видим, что в системе K' концентрация электронов стала меньше, а концентрация ионов — больше. А это означает, что в движущейся системе отсчета наша проволока «выглядит» положительно заряженной и на отрицательный заряд q она действует с электрической силой, направленной к проволоке, т.е. так же, как магнитная сила в системе K .

Сокращение длины тела — не единственный результат теории относительности. При переходе от системы K к системе K' изменяется еще и течение времени — оно замедляется.

Преобразуется и выражение для силы. Если учесть все это, то можно показать (но не здесь), что не только по направлению, но и по модулю сила, теперь уже электрическая, не отличается от предыдущей магнитной силы. Значит, само физическое явление не изменилось при переходе от одной системы отсчета к другой, как это и должно быть, но магнитная сила (в системе K) приобрела (в системе K') электрическое обличье.

Этот не очень простой анализ показывает, что природу магнетизма нельзя понять, если не обратиться к теории относительности. Магнетизм — это, как говорят, релятивистское явление.

И еще один важный вывод. Мы видели, что в системе отсчета K сила, приложенная к заряду q , имеет чисто магнитный характер, а в системе K' — чисто электрический. Соответственно этому мы говорим о магнитном поле (система K) или об электрическом (система K'). В этом находит отражение замечательный факт: электрические и магнитные силы представляют собой две части одного физического явления — электромагнитного взаимодействия зарядов. Если, в отличие от рассмотренного нами примера, заряды движутся с переменной скоростью (ускоряются, замедляются, совершают колебания) или по проводникам текут переменные токи, электрическое и магнитное поля уже не проявляются раздельно, а образуют единое электромагнитное поле. Существуют уравнения, их называют уравнениями Максвелла, которые дают полное электромагнитное описание электрических и магнитных явлений. Оно уже не зависит от выбора системы отсчета.

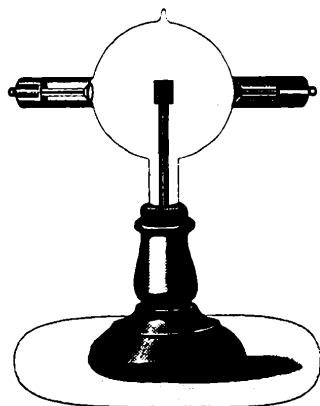
Л. Асламазов

Разумеется, вы знаете о том, как были открыты рентгеновские лучи, об их свойствах и практическом применении, а также об устройстве рентгеновской трубки, с помощью которой эти лучи получают. Остановимся подробнее на принципе ее работы.

Но сначала вспомним вибратор Герца и излучаемые им электромагнитные волны. Излучение происходит вследствие того, что заряды совершают колебательное движение. При этом амплитуды напряженности электрического поля и индукции магнитного поля в волне пропорциональны ускорению зарядов. Энергия, излучаемая в единицу времени, пропорциональна квадрату амплитуды и, следовательно, квадрату ускорения. Это — общее правило. Заряд, движущийся с ускорением, всегда излучает электромагнитные волны, интенсивность которых пропорциональна квадрату ускорения.

Этот закон объясняет и излучение электромагнитных волн в рентгеновской трубке. Электроны, пролетая в глубоком вакууме в пространстве между катодом и анодом, разгоняются электрическим полем до больших скоростей, а затем резко тормозятся при соударении с анодом. При этом возникают значительные ускорения, и электроны излучают электромагнитные волны. Такое излучение называется тормозным.

Оказывается, что, тормозясь, электроны излучают целый спектр электромагнитных волн с разными частотами (или длинами волн). Этот спектр — сплошной, но он ограничен определенной максимальной частотой ν_{\max} (такое ограничение по частоте можно объяснить только с точки зрения квантовой



теории). Самая большая частота (и, соответственно, самая малая длина волны) определяется из условия равенства кинетической энергии электрона eU (U — напряжение между анодом и катодом) энергии излучаемого кванта:

$$eU = h\nu_{\max}.$$

Отсюда получаем максимальную частоту излучения:

$$\nu_{\max} = \frac{eU}{h}$$

и, соответственно, минимальную длину волны:

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU},$$

где h — постоянная Планка, а c — скорость света. (Измерив на опыте минимальную длину волны λ_{\min} и напряжение U , можно из этого равенства определить значение постоянной Планка h . Из таких опытов было получено значение $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.) При разности потенциалов в несколько десятков киловольт минимальная длина волны достигает долей ангстрема ($\text{\AA} = 10^{-10}$ м). Такое коротковолновое излучение, обладающее большой проникающей способностью, и называется рентгеновским излучением.

НЕСКОЛЬКО ЗАМЕЧАНИЙ ПО ПОВОДУ ФОТОЭФФЕКТА

А. Черноуцан

Что является главным в теории фотоэффекта? Конечно же, гипотеза световых квантов — фотонов. Фотоэффект можно представить как результат двух последовательных процессов: 1) поглощение кванта света электроном, 2) вылет электрона за пределы вещества. Если происходят оба процесса, явление правильнее называть внешним фотоэффектом. Если же поглощение фотонов не приводит к вылету электронов из вещества, но изменяет его электропроводность, то говорят о внутреннем фотоэффекте (обычно наблюдается в полупроводниках). Собственно фотоэффектом называют сам акт поглощения фотона электроном.

Возникает вопрос: может ли фотоэффект происходить на отдельно взятом свободном электроне? На первый взгляд — почему бы нет? Ведь мы же говорим: фотон поглощается электроном. При чем же здесь вещество? Возьмем электрон, посветим на него фонариком, и он начнет «глотать» фотоны и разгоняться! Оказывается, ничего не выйдет. Проведем, как говорят математики, доказательство «от противного». Пусть электрон (покоящийся или движущийся) поглощает налетающий на него фотон и при этом изменяется скорость электрона. Оказывается, такой процесс запрещен законами сохранения энергии и импульса. Это становится очевидным, если выбрать такую инерциальную систему отсчета, в которой электрон после фотоэффекта покоится. Смотрите сами. Что мы имеем в конечном состоянии? Покоящийся электрон и ничего больше. А в начальном состоянии? Движущийся электрон да еще фотон в придачу. Энергия, действительно, не сохраняется.

Значит, фотоэффект «по всем законам» возможен только в присутствии третьего участника. В металлах, полупроводниках эту роль играют ионы кристаллической решетки. Но при подсчете энергии (например, в уравнении Эйнштейна для фотоэффекта

та) мы их не учитываем потому, что благодаря своей большой массе ионы обычно забирают очень малую часть энергии (играя при этом важную роль в законе сохранения импульса).

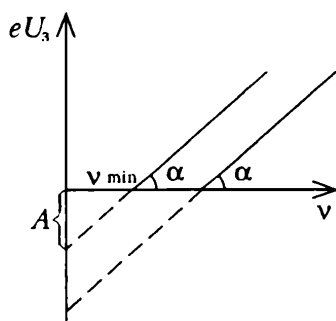
А возможен ли фотоэффект на отдельно взятом атоме (или молекуле) — например, в газе? Оказывается, да. Фотон поглощается одним из электронов атома, а лишний импульс уносится атомным ядром. Интересно отметить, что впервые фотоэффект был обнаружен Г. Герцем именно в опытах с газами (1887 г.).

Почему в школьном курсе физики подробно обсуждается лишь внешний фотоэффект? Ведь при любом фотоэффекте происходит главное квантовое явление — поглощение фотона электроном. Все дело в том, что законы внешнего фотоэффекта достаточно просты и их сравнительно легко изучать экспериментально. При этом количественные характеристики фотоэффекта могут быть найдены как из самих экспериментов по внешнему фотоэффекту, так и независимыми способами. Поговорим об этом несколько подробнее.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$$

содержит две непосредственно измеряемые величины: частоту света ν и максимальную кинетическую энергию выбиваемых электронов $mv^2/2$ (здесь h — постоянная Планка, A — работа выхода электрона из металла). Оптическими методами могут быть созданы пучки света с хорошо известными частотами ν . Для получения сведений о вылетающих электронах (количество электронов, выбиваемых за одну секунду, а также их максимальная кинетическая энергия) из исследуемого металла изготавливают катод вакуумной лампы. Так как ток через лампу осуществляется как раз выбиваемыми электронами, то из вольт-амперной характеристики лампы можно получить всю необходимую информацию. В частности, максимальная кинетическая энергия электронов выражается через задерживающее напряжение U_3 :



$$\frac{mv^2}{2} = eU_3.$$

Если для различных металлов нанести на график экспериментальные зависимости eU_3 от частоты света ν , то, в соответствии с уравнением Эйнштейна, получатся параллельные прямые (см. рисунок). По наклону этих прямых можно вычис-

лить постоянную Планка h , а по точкам пересечения графиков с осями — найти работу выхода A и предельную частоту ν_{\min} , называемую красной границей фотоэффекта. Как вы знаете, впервые понятие о квантовании энергии ($E = h\nu$), а также постоянная h были введены М.Планком для объяснения законов теплового излучения. Из теории фотоэффекта было получено такое же (с точностью до ошибок эксперимента) значение h , что сильно укрепило позиции квантовой теории.

А можно ли другим способом, кроме фотоэффекта, измерить работу выхода? Ответ напрашивается сам собой — надо как-то по-другому, без облучения светом, заставить электроны покидать вещество. Самое очевидное — нагревая катод, заставить электроны «испаряться» с его поверхности. Именно это явление — термоэлектронная эмиссия — используется в электронных лампах — диодах, триодах и т.п. Процесс испускания электронов действительно очень похож на испарение — наружу могут вылететь только самые быстрые электроны, энергия которых превышает работу выхода.

Для большинства металлов работа выхода имеет порядок нескольких электронвольт. Много это или мало? Оценим среднюю энергию теплового движения электронов по формуле, которая была получена для одноатомного газа:

$$E = \frac{3}{2} kT$$

(здесь k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура). При комнатной температуре ($T \approx 300$ К) эта величина составляет несколько сотых долей электронвольта, т.е. в сотни раз меньше, чем работа выхода. Это означает, что количество электронов, которые покидают металл за счет теплового движения, при комнатной температуре очень мало (при изучении фотоэффекта это явление можно не учитывать). Чтобы «испарение» электронов стало заметным процессом, надо нагреть катод до нескольких тысяч градусов.

Исследуя зависимость числа испускаемых электронов от температуры, можно вычислить работу выхода. Полученные таким способом значения работы выхода хорошо согласуются с предсказаниями теории внешнего фотоэффекта, что является важным независимым подтверждением правильности ее основных положений.

Как известно, наибольшей простотой отличается излучение изолированных атомов, например атомов одноатомных газов или паров некоторых металлов. Спектры таких излучений представляют собой набор дискретных спектральных линий разной интенсивности, соответствующих разным длинам волн. Их называют линейчатыми спектрами.

При свечении газов или паров, молекулы которых состоят из нескольких атомов, возникают полосатые спектры — совокупности групп спектральных линий. Наконец, излучение, испускаемое нагретыми жидкостями и твердыми телами, обладает непрерывным спектром, который содержит все возможные длины волн.

Кроме спектров испускания, существуют и спектры поглощения. Пропустим, например, сквозь пары натрия свет от источника, дающего непрерывный спектр. Тогда в желтой области непрерывного спектра возникают две темные линии — линии спектра поглощения натрия. Очень важным является свойство обратимости спектральных линий: атомы поглощают свет, содержащий те спектральные линии, которые эти же атомы испускают. Замечательно, что атом каждого химического элемента создает линейчатый спектр с только ему одному присущим сочетанием спектральных линий, расположенных в различных местах шкалы электромагнитных волн — как в ее видимой области, так и в соседних невидимых ультрафиолетовой и инфракрасной областях. Подобно тому как на земле нет двух людей с одинаковыми лицами, в природе нет двух химических элементов, атомы которых обладали бы одинаковыми спектрами.

Оказывается, линейчатые спектры очень тесно связаны с поведением так называемых валентных электронов атома. Дело в том, что электроны в атоме располагаются вокруг ядра слоями, или оболочками, где электроны имеют различные энергии.

Кроме того, в разных оболочках содержится не одинаковое число электронов. В самой далекой от ядра, так называемой внешней энергетической оболочке, у разных атомов имеется различное число электронов — от одного до восьми. Например, у атома натрия только один электрон находится во внешней оболочке, у атома углерода таких «внешних» электронов четыре, у хлора — семь. Химики называют внешние электроны валентными — ими определяется валентность атомов, т.е. их способность вступать в химические соединения с другими атомами. Физики называют внешние электроны атомов оптическими — этими электронами определяются все оптические свойства атомов и в первую очередь их спектры.

Линии Бальмера в спектре атома водорода. Атом водорода — простейший из атомов, он состоит всего из одного протона (ядра) и одного электрона. Поэтому линейчатый спектр атома водорода тоже наиболее прост. Именно с изучения этого спектра начала свой путь теоретическая спектроскопия — учение о спектрах атомов, молекул, веществ в различных агрегатных состояниях.

Впервые линии в спектре водорода наблюдал и подробно описал немецкий физик И. Фраунгофер. Это были знаменитые теперь фраунгоферовы темные линии поглощения в солнечном спектре. Они возникают, когда излучение Солнца проходит сквозь газы, окружающие его хромосферу. Вначале Фраунгофер обнаружил всего 4 линии, которые впоследствии стали называться линиями H_α , H_β , H_γ и H_δ .

В 1885 году И. Бальмер, учитель физики средней школы в городе Базеле (Швейцария), тщательно проанализировал снимки, полученные Фраунгофером и его последователями, и заметил следующее. Если ввести некоторое (как его назвал Бальмер, основное) число k , то длины волн линий H_α , H_β , H_γ и H_δ могут быть выражены таким образом:

$$\lambda_{H_\alpha} = 9/5 k, \lambda_{H_\beta} = 4/3 k, \lambda_{H_\gamma} = 25/21 k, \lambda_{H_\delta} = 9/8 k.$$

Умножив на 4 числители и знаменатели в дробях $4/3$ и $9/8$, Бальмер получил удивительную закономерность: числители в выражениях длин волн всех линий можно представить как последовательность квадратов чисел

$$3^2, 4^2, 5^2, 6^2,$$

а знаменатели — как последовательность разностей квадратов

$$3^2 - 2^2, 4^2 - 2^2, 5^2 - 2^2, 6^2 - 2^2.$$

Таким образом, Бальмеру удалось записать одну формулу для длин волн четырех линий:

$$\lambda = k \frac{n^2}{n^2 - 2^2},$$

где $n = 3, 4, 5$ и 6 соответственно для линий H_α , H_β , H_γ и H_δ . Если λ измерять в ангстремах ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$), то число k по Бальмеру оказывается равным 3645 \AA .

Вскоре были обнаружены другие линии в спектре поглощения водорода (сейчас известно около 30 линий только в видимой области спектра), и их длины волн тоже «укладывались» в формулу Бальмера. О том, с какой точностью это получается, судите по таблице, в которой приведены наблюдаемые и вычисленные длины волн (в ангстремах) первых семи линий, для которых число n изменяется от 3 до 9:

	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$
$\lambda_{\text{набл}}$	6562,80	4861,33	4340,47	4101,74	3970,06	3889,00	3835,38
$\lambda_{\text{вычисл}}$	6562,80	4861,38	4340,51	4101,78	3970,11	3889,09	3835,43

Эти цифры показывают, что в спектроскопии вычисления производятся с необычайной точностью. До появления спектроскопических расчетов считалось, что наибольшую точность имеют вычисления в астрономии. Однако оказалось, что точность вычислений в спектроскопии не только не уступает, но в ряде случаев и превосходит астрономическую точность.

Бальмер надеялся, что спектры других атомов, более сложных, чем водород, тоже можно будет описывать формулами, похожими на открытую им формулу. По его мнению, отыскание «основного числа» для атомов других элементов будет очень сложной задачей. К счастью для всей атомной физики, и особенно для спектроскопии, Бальмер ошибся. Величина k вошла в спектральные формулы излучения атомов всех химических элементов (правда, сами формулы отличаются от бальмеровской целым рядом поправочных членов).

Постоянная Ридберга. Полный спектр атома водорода. В 1890 году шведский физик-спектроскопист Ридберг записал формулу Бальмера в «перевернутом» виде», для величины $N = 1/\lambda$. Она называется волновым числом и показывает, какое число длин волн в вакууме укладывается на единичной длине. Волновое число легко связать с частотой света ν :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = cN,$$

где c — скорость света. В спектроскопии всегда имеют дело с волновыми числами, а не с частотами. Это связано с тем, что длины волн, а следовательно, и волновые числа, можно определять опытным путем с гораздо большей точностью, чем частоты. (Заметим, что иногда волновое число обозначают той же буквой ν , что и частоту колебаний. Правда, из контекста обычно бывает ясно, о чем именно идет речь, но порой это вносит ненужную путаницу.)

«Перевертывая» формулу Бальмера, получаем

$$N = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{k} \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{k} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Обозначим постоянную величину $4/k$ через R (первая буква в фамилии Ридберга). Тогда окончательно формулу Бальмера можно записать в том виде, в каком она обычно используется:

$$N = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n = 3, 4, 5, 6, \dots$$

Формула Бальмера показывает, что с увеличением числа n волновые числа соседних спектральных линий имеют все более близкие значения (разность между ними уменьшается) — происходит сближение спектральных линий. Все спектральные линии, волновые числа которых вычисляются по формуле Бальмера, образуют спектральную серию Бальмера. Наибольшее число спектральных линий серии Бальмера (37 линий) было обнаружено в спектре солнечной хромосферы и протуберанцев (облаках раскаленных газов, образующихся на Солнце и выбрасываемых из него). Постоянная Ридберга была с большой точностью измерена на линиях серии Бальмера. Она оказалась равной $R = 109677,581 \text{ см}^{-1}$.

Удивительное совпадение результатов измерений длин волн линий спектра водорода в видимой области спектра с вычислениями по формуле Бальмера побудило исследователей изучить спектр водорода в других областях. Эти поиски увенчались успехом. Кроме серии Бальмера, в спектре атома водорода были обнаружены другие серии, причем все они описывались спектральными формулами, аналогичными формуле Бальмера.

Так, в далекой ультрафиолетовой части спектра — в области длин волн $\sim 1200 \text{ \AA}$ и менее — была открыта серия линий, называемая теперь серией Лаймана:

$$N = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n = 2, 3, 4, \dots$$

В инфракрасной части спектра обнаружилось три серии спектральных линий: в области длин волн от 10000 до 20000 Å — серия Пашена, описываемая формулой

$$N = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n = 4, 5, 6, \dots;$$

в области длин волн, близких к 40000 Å, — серия Брэкетта

$$N = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n = 5, 6, \dots,$$

наконец, в очень далекой инфракрасной области вблизи 75000 Å — серия Пфунда

$$N = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n = 6, 7, \dots$$

Таким образом, все спектральные линии, обнаруженные у атома водорода в разных частях спектра, можно охватить одной общей формулой — формулой Бальмера — Ридберга

$$N = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

В этой формуле для каждой серии линий число m имеет постоянное значение от 1 до 5, а внутри данной серии число n принимает ряд возрастающих численных значений, начиная от $m + 1$.

А.Кикоин

В 1871 году Д.И.Менделеев предложил периодическую систему химических элементов в виде таблицы, выражающей открытый им же за два года до того периодический закон. В первой таблице не было привычных теперь клеток, а около каждого элемента стояло одно число — относительная атомная масса (тогда она называлась атомным весом). Не было также номера элемента в таблице, а число элементов было немногим — чуть более 60, хотя для некоторых еще не открытых элементов с самого начала были оставлены места.

Проходили годы, таблица изменялась. Появились клетки-убежища для каждого элемента, а в них — порядковый номер, который так и понимался как порядковый, вроде номера дома на улице или номера документа в канцелярии.

Периодическим законом и таблицей широко пользовались и химики, и физики, но ни тем, ни другим не было известна причина периодичности свойств элементов, а значит, не был известен и смысл таблицы. Положение изменилось только через сорок с лишним лет.

В 1911 году опыты Э.Резерфорда показали, что атом состоит из положительно заряженного ядра и электронной оболочки вокруг него. А голландский юрист (!) Ван дер Брук выяснил, что заряд ядра атома (если принять за единицу электрического заряда заряд электрона) как раз равен порядковому номеру элемента.

В 1913 году Н.Бор предложил новую, квантовую в своей основе, теорию строения атома, которая дала возможность, наконец, понять причину периодичности свойств элементов в периодической таблице. Связанный с этой теорией закон — закон Мозли — позволял прямо из опыта определять значение порядкового номера элемента. Теперь он перестал быть «порядковым» и стал атомным номером.

В 1932 году был установлен состав атомных ядер: ядро атома состоит из положительно заряженных частиц — протонов и электрически нейтральных частиц — нейтронов, масса которых почти равна массе протонов. Следовательно, атомный номер элемента (бывший порядковый) — это число протонов в его ядре и, соответственно, число электронов в электронной оболочке его атома.

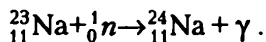
К этому времени в таблице Менделеева было заполнено уже 92 клетки — от водорода до урана, правда 4 клетки еще пустовали. Четыре элемента никак не удавалось обнаружить ни в земной коре, ни в воде, ни в атмосфере. Правда, щедрость природы сказалась в том, что многие клетки таблицы стали убежищем не для одного атома, а для многих — для изотопов одного и того же химического элемента, так что различных атомов оказалось много больше, чем 88 и даже 92. А не могут ли существовать химические элементы и за пределами таблицы Менделеева — влево от начала или вправо от ее конца?

Слева от начала таблицы. Еще в 1920 году Э. Резерфорд высказал предположение, что может существовать элемент с нулевым номером. И когда в 1932 году был открыт нейтрон, стало ясно, что на роль обитателя нулевой клетки таблицы подходит именно он. Это и в самом деле химический элемент с нулевым атомным номером, хотя даже в самых современных таблицах рисовать нулевую клетку с нейтроном в ней не принято.

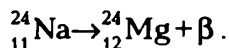
С расширением таблицы влево было, казалось, покончено — влево от нуля вроде бы идти некуда.

Вправо от конца таблицы. После открытия нейтрона и создания первых источников нейтронов они стали применяться для облучения различных веществ и изучения происходящих при этом ядерных реакций.

Оказалось, например, что очень часто происходят реакции типа такой:



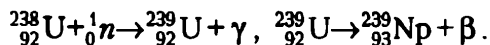
Это так называемый радиационный захват нейтрона — нейтрон захватывается ядром натрия с испусканием (радиацией) гамма-кванта. Но изотоп ${}_{11}^{24}\text{Na}$ радиоактивен и с периодом $T \approx 14$ часов распадается с испусканием β -частицы (электрона):



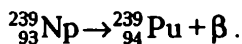
Таким образом, конечный результат облучения нейтронами состоит в том, что натрий превращается в своего соседа справа — в магний.

Аналогичные реакции наблюдались на очень многих элементах. Это навело Э. Ферми на счастливую мысль — поставить опыт с облучением нейтронами последнего тогда элемента таблицы Менделеева — урана. Быть может, и он превратится в своего реально не существующего в природе соседа справа, т.е. в элемент с атомным номером 93? Ферми с сотрудниками такой опыт поставили, но не смогли доказать, что «заурановый» элемент действительно был получен, хотя в осторожной форме и указали на такую возможность. Впоследствии выяснилось, что в их опытах получался даже не один, а по крайней мере два заурановых элемента.

Во-первых, происходит то, что и ожидал Ферми, — реакция, как две капли воды похожая на упомянутую реакцию:



Период полураспада ${}_{92}^{239}\text{U}$ всего 2,3 минуты. Получившийся новый элемент нептуний тоже бета-радиоактивен, и с периодом полураспада $T \approx 2,3$ дня он превращается в элемент с новым атомным номером — 94, названный плутонием:

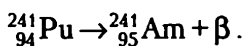


Так были «открыты» первые два заурановых элемента — Np и Pu. Слово «открыты» поставлено в кавычки потому, что они были не открыты, а созданы. Открыть ведь можно то, что существует, но еще не обнаружено, здесь же была открыта лишь возможность создания новых элементов.

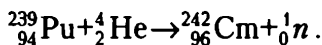
В дальнейшем было «приготовлено» более десятка изотопов нептуния. Наиболее стабильный из них — ${}_{93}^{237}\text{Np}$, у которого период полураспада около 2,2 миллионов лет. Сохранись он на Земле, он был бы «отцом» радиоактивного семейства, конечным продуктом распада которого был бы ${}_{83}^{209}\text{Bi}$. Получено много изотопов и плутония. Огромное практическое значение имеет один из них — ${}_{94}^{239}\text{Pu}$, который наряду с ${}_{92}^{235}\text{U}$ служит топливом в ядерных реакторах.

Настала очередь создания и следующих заурановых элементов.

Элемент номер 95 — америций (Am). Этот элемент в атомных реакторах получается «сам собой»: один из изотопов плутония бета-радиоактивен и по правилу смещения превращается в америций:

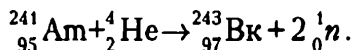


Элемент номер 96 — кюриум (Cm). Впервые этот элемент был получен облучением $^{239}_{94}\text{Pu}$ альфа-частицами высокой энергии по реакции



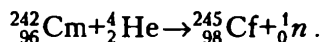
Известно более десяти изотопов кюриума. Самый стабильный из них — $^{249}_{96}\text{Cm}$, у которого период полураспада равен 16 миллионам лет.

Элемент номер 97 — берклиум (Bk). Чтобы получить этот элемент, облучению альфа-частицами был подвергнут один из изотопов америция:



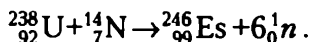
Период полураспада этого изотопа берклия 4,5 часа, но есть и более долго живущие изотопы. Например, $^{247}_{97}\text{Bk}$, у которого $T = 7000$ лет.

Элемент номер 98 — калифорний (Cf). «Открыт» почти одновременно с берклием путем облучения альфа-частицами изотопа кюриума:

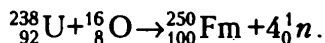


У этого элемента тоже есть изотоп со значительным периодом полураспада. Это $^{251}_{98}\text{Cf}$ с $T = 80$ лет.

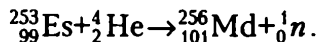
Элемент номер 99 — эйнштейний (Es). Для создания этого элемента потребовалось воздействие на ядра не легких альфа-частиц, а ускоренных ионов более тяжелых элементов — ионов азота с энергией около 100 МэВ:



Элемент номер 100 — фермий (Fm). Этот элемент был получен почти таким же способом, как и предыдущий, с тем только различием, что здесь были использованы ионы кислорода, ускоренные до энергии 180 МэВ:



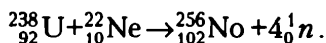
Элемент номер 101 — менделевий (Md). Он получен так:



У самого стабильного изотопа менделевия $^{258}_{101}\text{Md}$ период полураспада около 5 часов.

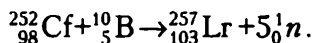
Элемент номер 102 — нобелий (No). Перечисленные выше заурановые элементы были синтезированы усилиями главным

образом американских ученых во главе с Г. Сибборгом. В создании 102-го элемента впервые участвовали и советские физики группы академика Г. Н. Флёрова. Им было показано, что нобелий может быть получен облучением $^{238}_{92}\text{U}$ ускоренными ионами неона:



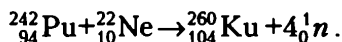
Все изотопы этого элемента имеют небольшие периоды полураспада — от одной секунды до трех минут.

Элемент номер 103 — лоуренсий (Lr). Для его получения была использована реакция облучения калифорния быстрыми ионами бора:



Периоды полураспада всех известных изотопов лоуренсия исчисляются секундами.

Элемент номер 104 — курчатовий (Ku). При синтезе этого элемента снова были использованы быстрые ионы неона, которыми облучали плутоний:



Позже были синтезированы и другие изотопы курчатовия, периоды полураспада у всех у них очень малые.

Были сообщения о синтезе и элементов с более высокими атомными номерами — вплоть до 107. Получение таких элементов сильно затрудняется тем, что их периоды полураспада столь малы, что элементы распадаются почти тотчас после образования. К тому же радиоактивные ядра заурановых элементов распадаются не только с испусканием альфа- или бета-частиц, но и путем самопроизвольного деления ядер. Ясно, что при делении ядра зауранового элемента заурановый же элемент не получится.

Все это ограничивает возможность дальнейшего расширения таблицы Менделеева вправо. Существуют, однако, теоретические соображения, позволяющие надеяться на то, что некоторые ядра с высокими атомными номерами могут оказаться долгоживущими (например, ядра с номерами 114, 126). Проверить это было бы, конечно, очень интересно.

Еще раз к вопросу о ... «слева». Выяснив, что нейтрон — нулевой элемент, мы, казалось бы, пришли к выводу, что с вопросом о выходе за пределы таблицы влево покончено. Однако есть основания для того, чтобы еще раз к нему вернуться.

Дело в том, что наряду с известными элементарными частицами электронами, протонами и нейтронами могут существовать

и так называемые античастицы. Так, если считать электрон частицей, то существует его античастица — позитрон, отличающаяся от электрона только знаком электрического заряда. Наблюдались и антипротоны — такие же, как протоны, но только отрицательно заряженные частицы. Встречались даже антинейтроны — частицы такие же нейтральные, как и нейтроны, но все же «анти». В таком случае возможны и антиядра, состоящие из антипротонов и антинейтронов, и антиатомы, в которых антиядра окружены не электронной, а позитронной оболочкой. А поскольку атомный номер элемента в таблице Менделеева определяет заряд его ядра, то антиэлементы должны располагаться слева от нулевого элемента.

Заурановые элементы в природе не существуют, однако, их можно «сделать». Антиэлементов в природе тоже нет, но и их, по крайней мере в принципе, тоже можно «сделать». Правда это очень трудная задача, потому что вещество и антивещество, атомы и антиатомы, частицы и античастицы не могут мирно сосуществовать. При близком соседстве они, как говорят, аннигилируют, исчезают. Но... не бесследно — при аннигиляции выделяется огромная энергия. В расчете на единицу массы она примерно в 1000 раз больше энергии, выделяющейся при обычных ядерных реакциях. Кто знает, не станет ли когда-нибудь аннигиляция вещества и антивещества управляемым и безопасным видом энергии? Пока это чистая фантазия, но ведь многое из того, чем мы сейчас пользуемся, когда-то тоже было фантазией.

Однажды основоположника ядерной физики Э.Резерфорда спросили, какой практический интерес могут иметь его открытия в области радиоактивности. Ученый ответил, что ровно никакого. В то время — в начале XX века — действительно невозможно было даже вообразить способ использования внутриядерных процессов и явлений.

Важнейшую роль в открытии возможностей использования атомной энергии сыграла способность некоторых тяжелых ядер к делению. В 1938 году было обнаружено, что при бомбардировке ядер урана нейтронами образуются ядра-осколки более легких элементов. Этот процесс всегда сопровождается испусканием нескольких новых нейтронов.

Почему же ядра могут делиться? Первую теорию деления ядер создали в 1939 году физики-теоретики датчанин Н.Бор и американец Дж.Уилер и независимо от них советский физик-теоретик Я.И.Френкель. Данное ими объяснение основывалось на капельной модели атомного ядра. Согласно этой модели, ядро, представляющее собой сгусток нуклонов, ведет себя подобно капле электрически заряженной жидкости. Разберемся в этом подробнее и прежде всего выясним, от чего и как зависит энергия связи ядра — энергия, которую необходимо затратить для разделения ядра на составляющие его нуклоны.

Ядерные силы, притягивающие нуклоны друг к другу, проявляются лишь на очень малых расстояниях, поэтому каждый нуклон взаимодействует практически только со своими ближайшими соседями, а не со всеми имеющимися в ядре нуклонами. (Физики называют эти силы короткодействующими и говорят, что они обладают ограниченным радиусом действия порядка 10^{-5} м.) Так же обстоят дела и в обычной капле — поскольку силы межмолекулярного притяжения действуют на расстояниях, не превышающих расстояния между молекулами, приходится

считаться лишь с взаимодействием ближайших соседей. Число соседей у каждого нуклона можно считать постоянным. Таким образом, вклад в энергию связи, обусловленный ядерными силами, оказывается пропорциональным числу нуклонов в ядре, т.е. массовому числу $E_{\text{я}} \sim A$.

Однако у нуклонов на поверхности «ядерной капли» соседей меньше, чем внутри ядра, поэтому в энергию связи они дают несколько меньший вклад, чем мы уже приписали. Это можно учесть, вычтя из $E_{\text{я}}$ поверхностную энергию $E_{\text{пов}}$, пропорциональную числу нуклонов на поверхности ядра, а следовательно, и площади его поверхности:

$$E_{\text{пов}} \sim S_{\text{пов}} \sim R_{\text{я}}^2 \sim A^{2/3}.$$

Здесь мы воспользовались тем, что, как показывает опыт, радиусы ядер довольно точно пропорциональны кубическому корню из массового числа. Как видим, и тут имеется полная аналогия с каплей обычной жидкости — молекулы, находящиеся на поверхности, стремятся уйти вглубь и создают силы поверхностного натяжения, с которыми связана поверхностная энергия жидкости.

Чтобы получить окончательное выражение для энергии связи ядра, нам осталось учесть, что часть нуклонов (протоны) заряжены. А это означает, что, помимо ядерного притяжения к ближайшим соседям, они испытывают еще действие сил обычного электростатического отталкивания, подчиняющегося закону Кулона. Взаимное отталкивание протонов стремится разорвать ядро и, таким образом, уменьшает его энергию связи. В отличие от ядерных, кулоновские силы не короткодействующие, а дальнедействующие — каждый протон взаимодействует со всеми протонами этого ядра. Энергия отталкивания двух протонов пропорциональна произведению их зарядов и обратно пропорциональна расстоянию между ними, т.е. $\sim e^2/R_{\text{я}}$. Если в ядре Z протонов, то каждый из них взаимодействует с $(Z - 1)$ остальными и число взаимодействующих пар равно $1/2 Z(Z - 1)$. Для больших Z можно считать, что это число пропорционально Z^2 , таким образом, энергию электростатического отталкивания протонов в ядре можно представить в виде

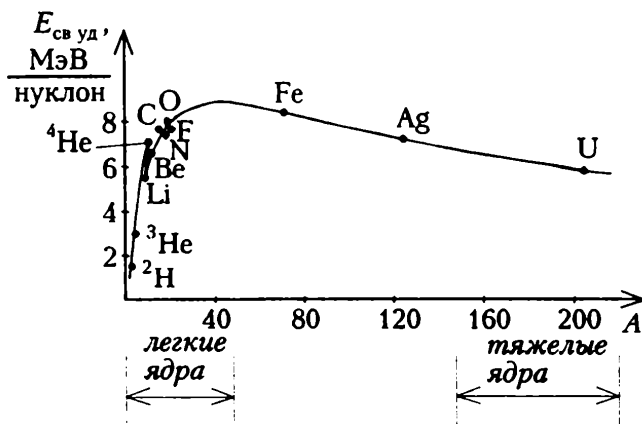
$$E_{\text{э.л}} \sim Z^2 \cdot e^2/R_{\text{я}} \sim Z^2 e^2/A^{1/3}.$$

Итак, окончательно для энергии связи ядра получаем

$$E_{\text{св}} = E_{\text{я}} - E_{\text{пов}} - E_{\text{э.л}} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma Z^2/A^{1/3},$$

где α , β и γ — некоторые постоянные. Эта формула неплохо описывает экспериментальную кривую зависимости удельной энергии связи, т.е. энергии связи, приходящейся на один нуклон ядра, от массового числа (см. рисунок). Сначала с ростом A энергия связи растет. Где-то в средней части таблицы Менделеева она достигает максимума, а затем уменьшается.

Рассмотрим теперь процесс деления ядра. Пусть ядерная «капля», поглотив попавший в нее нейтрон, начинает колебаться и в какой-то момент вытягивается. Минимальную поверхность



при заданном объеме имеет сферическая капля. У вытянутой капли поверхностная энергия увеличивается, а энергия связи ядра соответственно уменьшается. С другой стороны, при растяжении ядра возрастает среднее расстояние между нуклонами и энергия их электростатического отталкивания уменьшается, в результате чего энергия связи увеличивается. Если в этой борьбе победит электростатическое взаимодействие, ядро разорвется; если же поверхностное — ядро вернется в исходное состояние.

Из полученного выражения для $E_{\text{св}}$ ясно, что судьба ядра во многом зависит от числа протонов (Z) и общего числа нуклонов (A). С ростом порядкового номера элемента энергия электростатического отталкивания возрастает быстрее поверхностной энергии, поэтому делиться могут только тяжелые ядра.

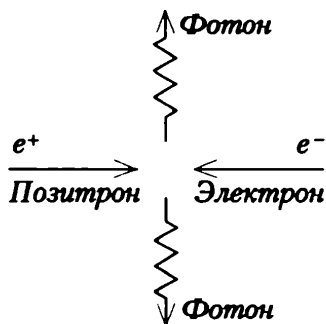
Как уже говорилось, в процессе деления ядра всегда испускается еще несколько нейтронов (для урана обычно 2 — 3), которые могут вызвать деление других ядер. Именно эти нейтроны и позволяют, опровергнув пессимистическое предсказание Резерфорда, реализовать на практике цепную реакцию деления, которая сопровождается выделением огромной энергии.

Как известно, при встрече позитрона с электроном эти частицы исчезают (аннигилируют), порождая взамен себя фотоны большой энергии. Возможен и обратный процесс образования пары электрон-позитрон.

Рассмотрим эти процессы подробнее. Покажем, например, что при аннигиляции не может родиться один фотон.

Представим себе, что в какой-то системе отсчета электрон неподвижен, а позитрон налетает на него со скоростью \vec{v}_0 . Затем перейдем в систему отсчета, движущуюся с постоянной скоростью $\vec{v}_0/2$ (переходить в любую другую инерциальную систему отсчета можно, согласно принципу относительности Галилея). В этой системе скорость позитрона равна $\vec{v}_0/2$, но и электрон уже не неподвижен — его скорость равна $-\vec{v}_0/2$. Таким образом, обе частицы движутся с равными по модулю, но противоположно направленными скоростями. Так как масса m у электрона и позитрона одна и та же, их суммарный импульс $m\vec{v}_0/2 - m\vec{v}_0/2$ равен нулю.

Теперь легко понять, почему в результате аннигиляции не может родиться только один фотон. Действительно, фотон — это квант света, и его скорость во всех инерциальных системах отсчета одинакова и равна c . Поэтому и в выбранной нами системе отсчета фотон тоже имел бы импульс, отличный от нуля. А значит, нарушался бы основной закон природы — закон сохранения импульса, который управляет любыми процессами, происходящими в замкнутой системе. Но все встает на свои места, если предположить, что при аннигиляции рождаются два фотона, летящие в противоположные стороны (см. рисунок). Тогда их суммарный импульс тоже равен нулю, и закон сохранения импульса не нарушается.



Воспользовавшись еще и законом сохранения энергии, можно найти частоту и длину волны соответствующего излучения. Будем считать, что скорость частиц мала по сравнению со скоростью света. Тогда основной запас их энергии — это энергия покоя (определяемая формулой Эйнштейна $E = mc^2$). Приравняем энергию покоя частиц энергии квантов излучения $h\nu$:

$$2mc^2 = 2h\nu,$$

откуда получаем частоту излучения:

$$\nu = \frac{mc^2}{h} \approx 1,3 \cdot 10^{20} \text{ Гц}$$

и длину волны:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{mc} \approx 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м},$$

которые соответствуют гамма-излучению.

Аналогично можно показать, что γ -квант, летящий в пустоте, не может сам по себе родить пару электрон-позитрон. Для этого нужно третье тело (например, ядро), которому можно отдать «лишний» импульс. Процесс рождения пар возможен также при столкновении двух фотонов.

ФИЗИКА 9—11

Под редакцией

А.А.Варламова, А.Л.Стасенко, А.И.Черноуцан

Редактор *В.А.Тихомирова*

Литературный редактор *Л.В.Кардасевич*

Технический редактор *Е.В.Морозова*

Компьютерная группа

М.Н.Грицук, Е.А.Митченко, Е.В.Титова

ИБ № 19

Формат 84×108/32. Бум. офс. нейтр.

Гарнитура кудряшевская. Печать офсетная.

Заказ 2647

117296 Москва, Ленинский пр., 64а,

«Квант»

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени

Чеховском полиграфическом комбинате

Комитета Российской Федерации по печати

142300 г.Чехов Московской области

Тел. (272) 71-336, факс (272) 62-536

12.4